3 coll

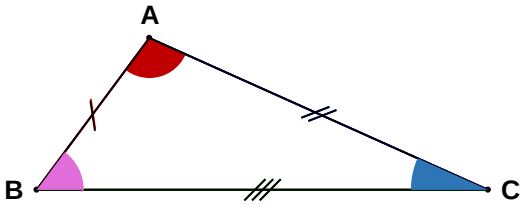
المثلثات المتقايسة والمثلثات المتشابهة

الجزء الأول : المثلثات المتقايسة

I. مفهوم المثلثات المتقايسة :

تعريف

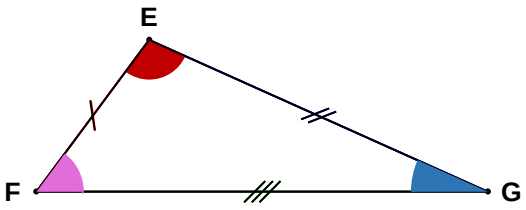
مثلثان متقايسان هما مثلثان قابلان للتطابق.



مثال :

- ✓ الضلعان $[AB]$ و $[EF]$ متناظران .
- ✓ الزاويتان $B\hat{A}C$ و $F\hat{E}G$ متناظرتان .

نتيجة :



$AB = EF$ و $AC = EG$ و $BC = FG$

$B\hat{A}C = F\hat{E}G$ و $A\hat{C}B = E\hat{G}F$ و $A\hat{B}C = E\hat{F}G$

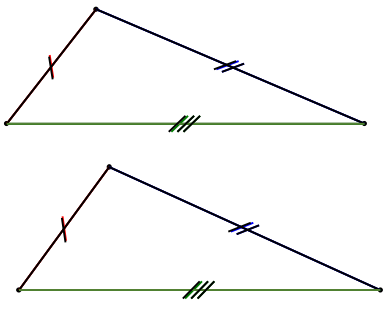
خاصية

إذا كان مثلثان متقايسين فإن أضلاعهما المتناظرة متقايسة وزوايهما المتناظرة متقايسة.

II. حالات تقايس المثلثات :

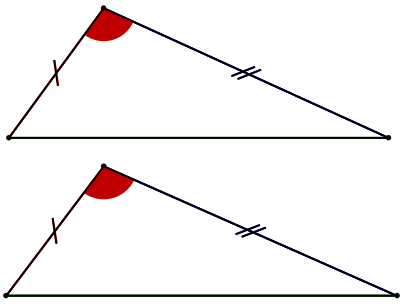
الحالة الأولى

ضلع - ضلع - ضلع



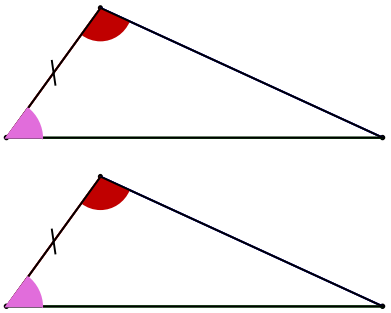
الحالة الثانية

ضلع - زاوية بينهما - ضلع



الحالة الثالثة

زاوية - ضلع بينهما - زاوية



الحالة الأولى : إذا قايست أضلاع مثلث على التوالي أضلاع مثلث آخر فإن هذين المثلثين متقايسان .

الحالة الثانية : إذا قايس ضلعان لمثلث والزاوية المحصورة بينهما على التوالي ضلعين لمثلث آخر والزاوية المحصورة بينهما فإن هذين المثلثين متقايسان .

الحالة الثالثة : إذا قايست زاويتان لمثلث والضلع المحاذي لهما على التوالي زاويتين لمثلث آخر والضلع المحاذي لهما فإن هذين المثلثين متقايسان .

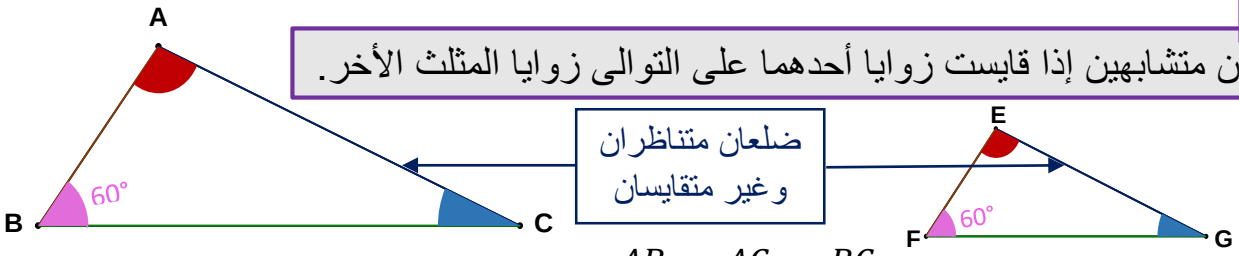
الجزء الثاني : المثلثات المتشابهة

I. مفهوم المثلثات المتشابهة :

تعريف

يكون مثلثان متشابهين إذا قايست زوايا أحدهما على التوالي زوايا المثلث الأخر.

مثال :



لاحظ أن :

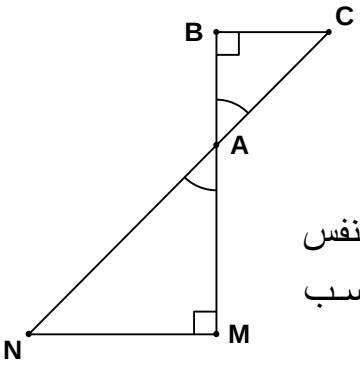
✓ الأضلاع المتناظرة متناسبة : $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{EG} = \frac{BC}{FG} = k$ حيث k عدد حقيقي موجب يسمى نسبة التشابه

✓ الزوايا المتناظرة متقايسة : $B\hat{A}C = F\hat{E}G$ و $A\hat{C}B = E\hat{G}F$ و $A\hat{B}C = E\hat{F}G$

خاصية

إذا كان مثلثان متشابهين فإن زواياهما المتناظرة متقايسة وأضلاعهما المتناظرة متناسبة.

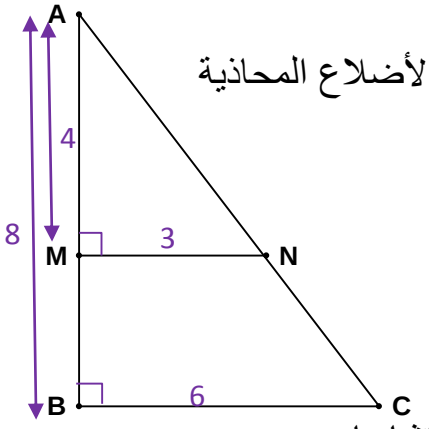
II. حالات تشابه المثلثات :



نعتبر المثلثين ABC و AMN

الحالة الأولى : إذا قايست زاويتان لمثلث زاويتين لمثلث آخر فإن هذين المثلثين متشابهان .

مثال : لدينا في الشكل جانبه $B\hat{A}C = M\hat{A}N$ لأن كل زاويتان متقابلتان بنفس الرأس تكونان متقايستين , ولدينا أيضاً $A\hat{B}C = A\hat{M}N = 90°$ إذن حسب الحالة 1 للتشابه فإن المثلثين ABC و AMN متشابهان .

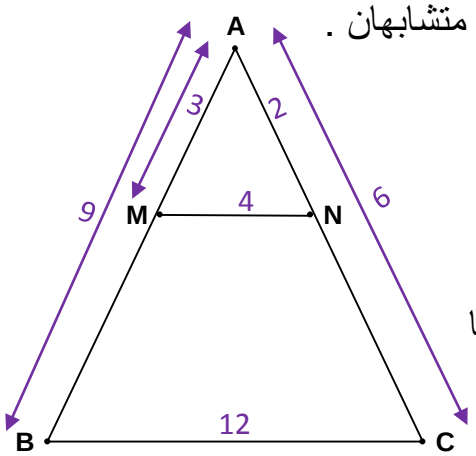


الحالة الثانية : إذا قايست زاوية لمثلث زاوية لمثلث آخر وكانت أطوال الأضلاع المحاذية للزاويتين متناسبة فإن هذين المثلثين متشابهان .

مثال : لدينا في الشكل جانبه $A\hat{B}C = A\hat{M}N$

ولدينا $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$ إذن حسب الحالة 2 للتشابه فإن المثلثين ABC و AMN متشابهان .

الحالة الثالثة : إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين فإنهما متشابهان .



مثال : لدينا $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN} = \frac{9}{3} = \frac{6}{2} = \frac{12}{4} = 3$

إذن حسب الحالة 3 للتشابه فإن المثلثين ABC و AMN متشابهان .

ملاحظة :

✓ يكون شكلان متشابهين إذا كان لهما نفس الشكل العام وكان أحدهما تكبيراً $(k > 1)$أو تصغيراً $(k < 1)$ للآخر .

✓ نسبة التشابه k تقارن بين قياسين لهما نفس الوحدة وتستخدم مثلاً في عمل خرائط ورسوم هندسية بمقاييس مصغرة للأشكال الحقيقية مثلاً السلم $1cm$ لكل $100m$ تعني أن $1cm$ في الخريطة تمثل $100m$ في الواقع .