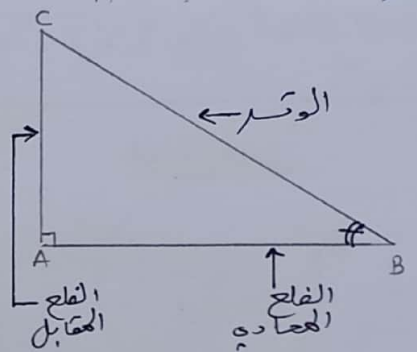
الدرس ⑦ : الحساب المثلثي

النسب المثلثية لزاوية حادة

ABC مثلث قائم الزاوية في A
نعتبر الزاوية $\hat{ABC}$



تعريف:

* جيب التمام: $\cos \hat{ABC} = \frac{\text{الضلع المجاور للزاوية } \hat{B}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC}$
* الجيب: $\sin \hat{ABC} = \frac{\text{الضلع المقابل للزاوية } \hat{B}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC}$
* الظل: $\tan \hat{ABC} = \frac{\text{الضلع المقابل للزاوية } \hat{B}}{\text{الضلع المجاور للزاوية } \hat{B}} = \frac{AC}{AB}$

النسب المثلثية لزوايا خاصة

x	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرفة

علاقات بين النسب المثلثية

العلاقة بين $\cos$ و $\sin$

خاصية ①:
x قياس زاوية حادة $0° < x < 90°$
لدينا: $0 < \cos x < 1$
$0 < \sin x < 1$
$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

مثال:
x قياس زاوية حادة بحيث $\cos x = \frac{2}{3}$
أحسب $\sin x$
لدينا: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
$\sin^2 x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$
$\sin^2 x = 1 - \frac{4}{9}$
$\sin^2 x = \frac{5}{9}$
$\sin x > 0$ ومنه $\sin x = \sqrt{\frac{5}{9}}$
$\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$

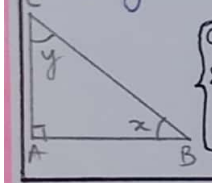
العلاقة بين $\tan$ و $\sin$ و $\cos$

خاصية ②:
x قياس زاوية حادة $0° < x < 90°$
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

مثال:
$\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$: x زاوية حادة بحيث
أحسب $\tan x$
أحسب $\cos x$ أولا
$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
$\cos^2 x + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 = 1$
$\cos^2 x = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$
$\cos x > 0$ لأن $\cos x = \sqrt{\frac{4}{9}}$
$\cos x = \frac{2}{3}$
ولدينا: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}}$
$= \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2}$
$\tan x = \frac{\sqrt{5}}{2}$

النسب المثلثية لزاويتين متتامتين

خاصية ③:
x و y قياسا زاويتين حادتين متتامتين أي $x + y = 90°$



$\begin{cases} \cos x = \sin y \\ \sin x = \cos y \\ \tan x = \frac{1}{\tan y} \end{cases}$

أمثلة:
$A = \sin 70° + \cos 35° - \sin 55° - \cos 20°$
$= \sin 70° + \cos 35° - \cos 35° - \sin 70°$
$A = 0$

$B = \sin^2 35° + \sin^2 55°$
$= \sin^2 35° + \cos^2 35°$
$= 1$

$C = \cos^2 13° + \tan 64° + \cos^2 77° - \frac{1}{\tan 26°}$
$= \cos^2 13° + \tan 64° + \sin^2 13° - \tan 64°$
$= \cos^2 13° + \sin^2 13°$
$C = 1$

* السؤال ①: احسب النسب المثلثية: الجواب في التعريف داخل مثلث قائم الزاوية بعلم التجاسات.
* السؤال ②: احسب $\cos x$ ($\sin x$ أو) : باستعمال الخاصية ① بعلم $\sin x$ ($\cos x$ أو)
* السؤال ③ احسب $\cos x$ ($\sin x$ أو) إذا علمت $\tan x$: بدمج الخاصيات 2 و 3
* السؤال ④ : احسب $\tan x$ إذا علمت $\cos x$ و $\sin x$: نحسب $\cos x$ بالخاصية ① ثم $\tan x$ بالخاصية ②
* السؤال ⑤: تبسيط مجموعة من العبارة: باستعمال الخاصية أو الجدول (أو هما معا)