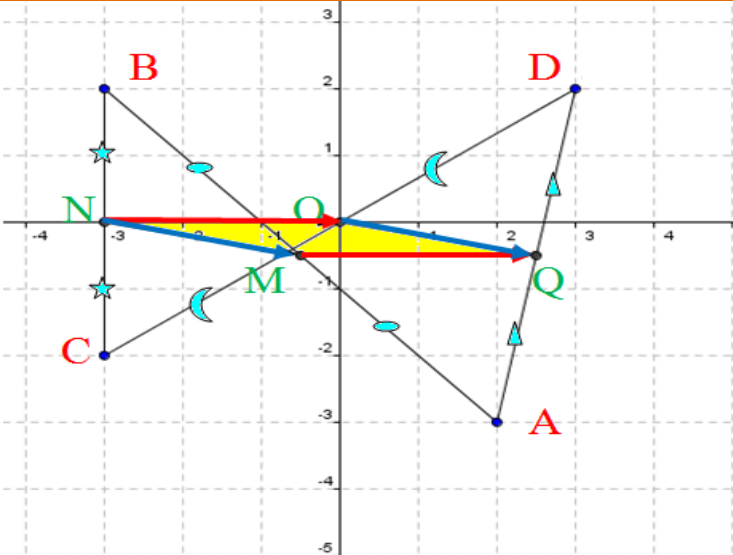


حلول - حلول - حلول - Solutions - Solutions

إشارات - Indications



(-2°) لنحسب إحداثيات كل من المتجهين \overrightarrow{MN} و \overrightarrow{QO} ثم نستنتج

طبيعة الرباعي MNOQ

(* حساب \overrightarrow{MN})

لدينا $M\left(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$ و $N(-3; 0)$ إذن :

$$\overrightarrow{MN}(x_N - x_M; y_N - y_M)$$

$$\overrightarrow{MN}\left(-3 - \frac{-1}{2}; 0 - \frac{-1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{MN}\left(\frac{-6+1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{MN}\left(\frac{-5}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

(* حساب \overrightarrow{QO})

لدينا $Q\left(\frac{5}{2}; \frac{-1}{2}\right)$ و $O(0; 0)$ إذن :

$$\overrightarrow{QO}(x_O - x_Q; y_O - y_Q)$$

$$\overrightarrow{QO}\left(0 - \frac{5}{2}; 0 - \frac{-1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{QO}\left(\frac{-5}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

(* الاستنتاج لدينا $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QO}$ تعني أن الرباعي MNOQ

متوازي الأضلاع

I تمرين

(-) لنجد إحداثيات النقط M و N و Q منتصفات
القطع [AB] و [CB] و [AD]

إحداثيات M

لدينا M منتصف [AB] و $A(2; -3)$ و $B(-3; 2)$ إذن :

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \quad \text{و} \quad x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{-3+2}{2} \quad \text{و} \quad x_M = \frac{2-3}{2}$$

$$y_M = \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad x_M = \frac{-1}{2}$$

$$M\left(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$$

إحداثيات N

لدينا N منتصف [CB] و $C(-3; -2)$ و $B(-3; 2)$ إذن :

$$y_N = \frac{y_C + y_B}{2} \quad \text{و} \quad x_N = \frac{x_C + x_B}{2}$$

$$y_N = \frac{-2+2}{2} \quad \text{و} \quad x_N = \frac{-3-3}{2}$$

$$y_N = 0 \quad \text{و} \quad x_N = \frac{-6}{2} = -3$$

$$N(-3; 0)$$

إحداثيات Q

لدينا Q منتصف [AD] و $A(2; -3)$ و $D(3; 2)$ إذن :

$$y_Q = \frac{y_A + y_D}{2} \quad \text{و} \quad x_Q = \frac{x_A + x_D}{2}$$

$$y_Q = \frac{-3+2}{2} \quad \text{و} \quad x_Q = \frac{2+3}{2}$$

$$y_Q = \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad x_Q = \frac{5}{2}$$

$$Q\left(\frac{5}{2}; \frac{-1}{2}\right)$$





$$BD^2 = 1^2 + (9)^2$$

$$BD^2 = 1 + 81$$

$$BD^2 = 82$$

$$BD = \sqrt{82}$$

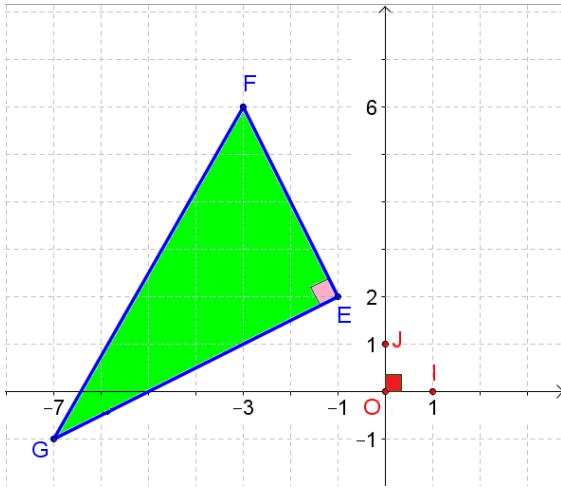
$$BD \neq AC$$

لدينا إذن :

وبما أن قطرا ABCD غير متساويين فإن ABCD ليس مستطيلا

بل متوازي الأضلاع فقط

تمرين III



1° - لنحسب أطوال أضلاع المثلث EFG

لدينا $E(-1; 2)$ و $F(-3; 6)$ إذن :

$$EF = \sqrt{(-3 + 1)^2 + (6 - 2)^2}$$

$$EF = \sqrt{(2)^2 + (4)^2}$$

$$EF = \sqrt{4 + 16}$$

$$EF = \sqrt{20}$$

$$EF = 2\sqrt{5}$$

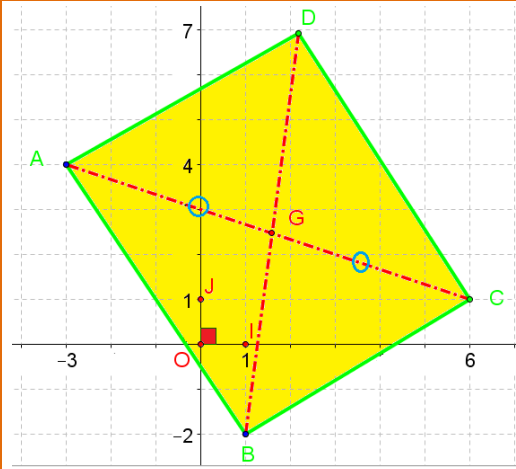
لدينا $E(-1; 2)$ و $G(-7; -1)$ إذن :

$$EG = \sqrt{(-7 + 1)^2 + (-1 - 2)^2}$$

$$EG = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2}$$

$$EG = \sqrt{36 + 9}$$

$$EG = \sqrt{45}$$



تمرين II

1° لنبين أن ABCD مستطيل

لدينا $A(-3; 4)$ و $C(6; 1)$ إذن :

$$\frac{y_A + y_C}{2} = \frac{4 + 1}{2} \quad \text{و} \quad \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3 + 6}{2}$$

$$\frac{y_A + y_C}{2} = \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{3}{2}$$

لدينا $B(1; -2)$ و $D(2; 7)$ إذن :

$$\frac{y_D + y_B}{2} = \frac{7 - 2}{2} \quad \text{و} \quad \frac{x_D + x_B}{2} = \frac{2 + 1}{2}$$

$$\frac{y_D + y_B}{2} = \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad \frac{x_D + x_B}{2} = \frac{3}{2}$$

لدينا القطران $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف ذو

الأكثائيتين $\frac{5}{2}$ و $\frac{3}{2}$ وهذا يعني أن ABCD متوازي الأضلاع

لدينا $A(-3; 4)$ و $C(6; 1)$ إذن :

$$AC^2 = (6 + 3)^2 + (-3 - 4)^2$$

$$AC^2 = 9^2 + (7)^2$$

$$AC^2 = 81 + 49$$

$$AC^2 = 130$$

لدينا $B(1; -2)$ و $D(2; 7)$ إذن :

$$BD^2 = (2 - 1)^2 + (7 + 2)^2$$



$$\Omega M = \sqrt{1 + 4}$$

$$\Omega M = \sqrt{5}$$

لدينا $\Omega(1; 2)$ و $N(-1; 1)$ إذن :

$$\Omega N = \sqrt{(x_N - x_\Omega)^2 + (y_N - y_\Omega)^2}$$

$$\Omega N = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (1 - 2)^2}$$

$$\Omega N = \sqrt{4 + 1}$$

لدينا $\Omega(1; 2)$ و $P(3; 1)$ إذن :

$$\Omega P = \sqrt{(x_P - x_\Omega)^2 + (y_P - y_\Omega)^2}$$

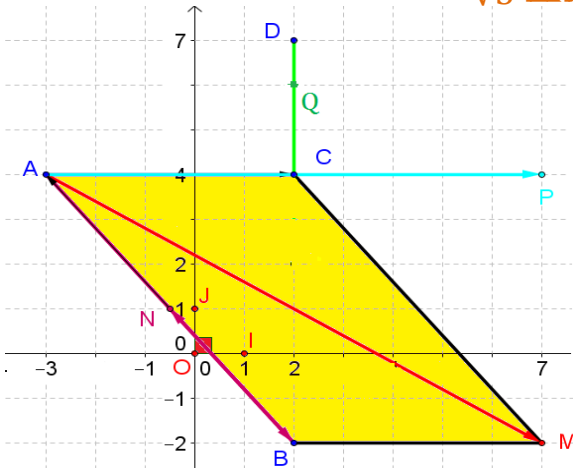
$$\Omega P = \sqrt{(3 - 1)^2 + (1 - 2)^2}$$

$$\Omega P = \sqrt{4 + 1}$$

لدينا $\Omega M = \Omega N = \Omega P = \sqrt{5}$ إذن M و N و P تنتمي إلى الدائرة (⊙) التي مركزها Ω وشعاعها $\sqrt{5}$ ومنه

فإن المثلث MNP محاط بالدائرة (⊙) التي مركزها $\Omega(1; 2)$ وشعاعها $\sqrt{5}$

تمرين V



1° لنحدد إحداثيتي النقط M و N و P و Q

(* إحداثيتا M)

لتكن $M(x_M; y_M)$ حيث $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC}$

طريقة 1

لدينا $F(-3; 6)$ و $G(-7; -1)$ إذن :

$$FG = \sqrt{(x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2}$$

$$FG = \sqrt{(-7 + 3)^2 + (-1 - 6)^2}$$

$$FG = \sqrt{(-4)^2 + (-7)^2}$$

$$FG = \sqrt{16 + 49}$$

$$FG = \sqrt{65}$$

2- لنبين أن المثلث EFG قائم الزاوية

لدينا $FG = \sqrt{65}$ إذن $FG^2 = 65$ و

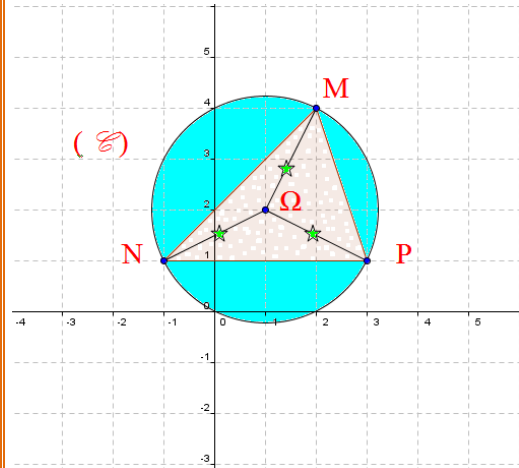
$EG = \sqrt{45}$ إذن $EG^2 = 45$ و

$EF = \sqrt{20}$ إذن $EF^2 = 20$ و

إذن $EG^2 + EF^2 = FG^2$ و م.ق.ف.ع. فإن

EFG مثلث قائم الزاوية في E

تمرين IV



لنبين أن المثلث MNP محاط بالدائرة (⊙) التي

مركزها $\Omega(1; 2)$ وشعاعها $\sqrt{5}$

لدينا $M(2; 4)$ و $\Omega(1; 2)$ إذن :

$$\Omega M = \sqrt{(x_M - x_\Omega)^2 + (y_M - y_\Omega)^2}$$

$$\Omega M = \sqrt{(2 - 1)^2 + (4 - 2)^2}$$

$$\Omega M = \sqrt{(1)^2 + (2)^2}$$



$$\begin{aligned} \overrightarrow{NA} & (x_A - x_N; y_A - y_N) \\ \overrightarrow{NA} & (-3 - x_N; 4 - y_N) \\ \overrightarrow{BN} & (x_N - x_B; y_N - y_B) \quad \text{ولدينا} \\ \overrightarrow{BN} & (x_N - 2; y_N + 2) \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NA} \quad \text{ولدينا تعني أن}$$

$$y_N + 2 = 4 - y_N \quad \text{و} \quad x_N - 2 = -3 - x_N$$

$$2y_N = 4 - 2 \quad \text{و} \quad 2x_N = -3 + 2 \quad \text{تعني أن}$$

$$2y_N = 2 \quad \text{و} \quad 2x_N = -1 \quad \text{تعني أن}$$

$$y_N = \frac{2}{2} \quad \text{و} \quad x_N = \frac{-1}{2} \quad \text{تعني أن}$$

$$y_N = 1 \quad \text{و} \quad x_N = \frac{-1}{2} \quad \text{تعني أن}$$

$$N\left(1; \frac{-1}{2}\right)$$

طريقة 2

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NA} \quad \text{ولدينا تعني أن } N \text{ منتصف } [AB] \text{ و}$$

$$A(-3; 4) \text{ و } B(2; -2) \text{ إذن :}$$

$$\text{تعني أن} \quad \frac{y_A + y_B}{2} = y_N \quad \text{و} \quad \frac{x_A + x_B}{2} = x_N$$

$$\text{تعني أن} \quad \frac{4 + (-2)}{2} = y_N \quad \text{و} \quad \frac{-3 + 2}{2} = x_N$$

$$\text{تعني أن} \quad y_N = \frac{2}{2} \quad \text{و} \quad x_N = \frac{-1}{2}$$

$$y_N = 1 \quad \text{و} \quad x_N = \frac{-1}{2}$$

(* إحدائيتا Q

$$\overrightarrow{CQ} = 2\overrightarrow{QD} \quad \text{ولدينا} \quad \overrightarrow{CQ} = -2\overrightarrow{DQ} \quad \text{تعني أن}$$

$$\overrightarrow{QD}(x_D - x_Q; y_D - y_Q) \quad \text{تعني أن}$$

$$\overrightarrow{QD}(2 - x_Q; 7 - y_Q) \quad \text{ولدينا}$$

$$2\overrightarrow{QD}(4 - 2x_Q; 14 - 2y_Q) \quad \text{ولدينا و}$$

$$\overrightarrow{CQ}(x_Q - x_C; y_Q - y_C) \quad \text{تعني أن}$$

$$\overrightarrow{CQ} = 2\overrightarrow{QD} \quad \text{ولدينا} \quad \overrightarrow{CQ}(x_Q - 2; y_Q - 4)$$

$$14 - 2y_Q = y_Q - 4 \quad \text{و} \quad 4 - 2x_Q = x_Q - 2$$

$$-3y_Q = -14 - 4 \quad \text{و} \quad -3x_Q = -4 - 2$$

يتبع

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$\overrightarrow{AB}(2 + 3; -2 - 4)$$

$$\overrightarrow{AB}(5; -6)$$

$$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$$

$$\overrightarrow{AC}(2 + 3; 4 - 4)$$

$$\overrightarrow{AC}(5; 0)$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}(5 + 5; -6 + 0)$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}(10; -6)$$

$$\overrightarrow{AM}(x_M - x_A; y_M - y_A)$$

$$\overrightarrow{AM}(x_M + 3; y_M - 4)$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \text{إذن}$$

$$y_M - 4 = -6 \quad \text{و} \quad x_M + 3 = 10 \quad \text{تعني أن}$$

$$y_M = -6 + 4 \quad \text{و} \quad x_M = 10 - 3 \quad \text{تعني أن}$$

$$y_M = -2 \quad \text{و} \quad x_M = 7 \quad \text{إذن}$$

$$M(7; -2)$$

طريقة 2

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$\overrightarrow{AB}(2 + 3; -2 - 4)$$

$$\overrightarrow{AB}(5; -6)$$

$$\overrightarrow{CM}(x_M - x_C; y_M - y_C)$$

$$\overrightarrow{CM}(x_M - 2; y_M - 4)$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \text{ولدينا} \quad \text{متوازي } ABMC \text{ تعني أن}$$

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} \quad \text{الاضلاع تعني أن}$$

$$y_M - 4 = -6 \quad \text{و} \quad x_M - 2 = 5$$

$$y_M = -6 + 4 \quad \text{و} \quad x_M = 5 + 2$$

$$y_M = -2 \quad \text{و} \quad x_M = 7$$

إحدائيتا N

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NA} \quad \text{حيث } N(x_N; y_N) \quad \text{لتكن}$$

طريقة 1



أي $\vec{AC} + 3\vec{PC} (11 - 3x_P; 12 - 3y_P)$

ولدينا $\vec{PA}(x_A - x_P; y_A - y_P)$

$\vec{PA}(-3 - x_P; 4 - y_P)$

إذن $12 - 3y_P = 4 - y_P$ و $11 - 3x_P = -3 - x_P$

تعني أن $-2y_P = 4 - 12$ و $-2x_P = -3 - 11$

تعني أن $-2y_P = -8$ و $-2x_P = -14$

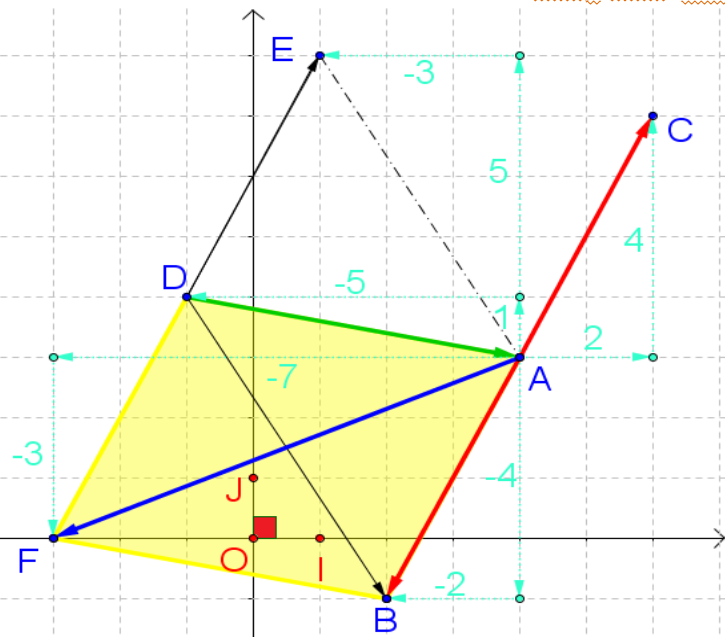
تعني أن $y_P = \frac{-8}{-2}$ و $x_P = \frac{-14}{-2}$

تعني أن $y_P = 4$ و $x_P = 7$

تمرين V

(-1) لنحدد مبيانيا زوج إحداثيتي كل من المتجهات \vec{AB} و \vec{AF}

\vec{AE} و \vec{AD} و \vec{AC}



لدينا مبيانيا و حسب مفهوم التنقل بواسطة القن

$\vec{AC}(2; 4)$ و $\vec{AF}(-7; -3)$ و $\vec{AB}(-2; -4)$

و $\vec{AE}(-3; 5)$ و $\vec{AD}(-5; 1)$

تعني أن $-3y_Q = -18$ و $-3x_Q = -6$

تعني أن $y_Q = -\frac{18}{-3}$ و $x_Q = \frac{-6}{-3}$

تعني أن $y_Q = 6$ و $x_Q = 2$

$Q(2; 6)$

المعادلة 1

علاقة 1

تعني أن $\vec{PA} = \vec{AC} + 3\vec{PC}$

تعني أن $\vec{PA} = \vec{AC} + 3(\vec{PA} + \vec{AC})$

تعني أن $\vec{PA} = \vec{AC} + 3\vec{PA} + 3\vec{AC}$

تعني أن $\vec{PA} - 3\vec{PA} = 4\vec{AC}$

تعني أن $-2\vec{PA} = 4\vec{AC}$

تعني أن $\vec{PA} = -2\vec{AC}$

تعني أن $\vec{PA} = 2\vec{CA}$

تعني أن C منتصف $[AP]$

تعني أن $y_C = \frac{y_P + y_A}{2}$ و $x_C = \frac{x_P + x_A}{2}$

تعني أن $4 = \frac{y_P + 4}{2}$ و $2 = \frac{x_P - 3}{2}$

تعني أن $8 = y_P + 4$ و $4 = x_P - 3$

تعني أن $8 - 4 = y_P$ و $4 + 3 = x_P$

تعني أن $4 = y_P$ و $7 = x_P$

$P(7; 4)$

علاقة 2

ولدينا $\vec{PC}(x_C - x_P; y_C - y_P)$

$\vec{PC}(2 - x_P; 4 - y_P)$

$3\vec{PC}(6 - 3x_P; 12 - 3y_P)$

ولدينا $\vec{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$

$\vec{AC}(2 + 3; 4 - 4)$

$\vec{AC}(5; 0)$

إذن $\vec{AC} + 3\vec{PC} (5 + 6 - 3x_P; 0 + 12 - 3y_P)$



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



$$\overrightarrow{BF}(-3 - 2; 0 + 1)$$

$$\overrightarrow{BF}(-5; 1)$$

$$\overrightarrow{AD}(x_D - x_A; y_D - y_A)$$

ولدينا

$$\overrightarrow{AD}(-1 - 4; 4 - 3)$$

$$\overrightarrow{AD}(-5; 1)$$

إذن $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AD}$ ومنه فإن **ADFB متوازي الأضلاع**

(-C) هل النقطة D منتصف [EF]

$$\overrightarrow{EF}(x_F - x_E; y_F - y_E)$$

ولدينا

$$\overrightarrow{EF}(-3 - 1; 0 - 8)$$

$$\overrightarrow{EF}(-4; -8)$$

$$\frac{1}{2}\overrightarrow{EF}(-2; -4)$$

$$\overrightarrow{DF}(x_F - x_D; y_F - y_D)$$

ولدينا

$$\overrightarrow{DF}(-3 + 1; 0 - 4)$$

$$\overrightarrow{DF}(-2; -4)$$

إذن $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$ ومنه فإن **D منتصف [EF]**

(2) حدد مبيانيا زوج إحداثيتي كل من النقط A و B و C و

F و E و D

لدينا مبيانيا A(4; 3) و B(2; -1) و C(6; 6) و

D(-1; 4) و E(1; 8) و F(-3; 0)

(3) لتتحقق حسابيا من

(أ) هل \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} متقابلان

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

ولدينا

$$\overrightarrow{AB}(2 - 4; -1 - 3)$$

$$\overrightarrow{AB}(-2; -4)$$

$$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$$

$$\overrightarrow{AC}(6 - 4; 7 - 3)$$

$$\overrightarrow{AC}(2; 4)$$

$$-1 \times \overrightarrow{AC}(-2; -4)$$

إذن $-\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$ ومنه فإن **\overrightarrow{AC} و \overrightarrow{AB} متقابلان**

(ب) هل **ADFB متوازي الأضلاع**

$$\overrightarrow{BF}(x_F - x_B; y_F - y_B)$$

ولدينا