

# حلول التمارين

العلم في المستوى

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عيسى

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

والتكوين المهني



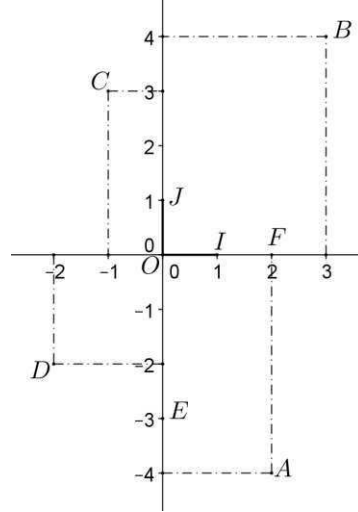
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين

جهة الدار البيضاء الكبرى

نيابة المحمدية

تمرين ①

(1) - الشكل :



(2) - لنحدد إحداثيتي  $M$ .

لدينا :  $M$  منتصف  $[AC]$  يعني أن :

$$M\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right) \text{ : أي } , M\left(\frac{2-1}{2}; \frac{-4+3}{2}\right) \text{ : و منه فإن } , M\left(\frac{x_A+x_C}{2}; \frac{y_A+y_C}{2}\right)$$

(3) - لنحدد إحداثيتي  $N$  :

$$\begin{cases} 2 = \frac{-2+x_N}{2} \\ 0 = \frac{-2+y_N}{2} \end{cases} \text{ : أي } , \begin{cases} x_F = \frac{x_D+x_N}{2} \\ y_F = \frac{y_D+y_N}{2} \end{cases} \text{ : يعني أن } [DN] \text{ منتصف } F \text{ لدينا}$$

$$\begin{cases} 6 = x_N \\ 2 = y_N \end{cases} \text{ : أي } , \begin{cases} 4+2 = x_N \\ 2 = y_N \end{cases} \text{ : إذن } , \begin{cases} 4 = -2 + x_N \\ 0 = -2 + y_N \end{cases} \text{ : و منه فإن}$$

و بالتالي فإن :  $N(6; 2)$ .

(4) - لنثبت أن  $E$  منتصف  $[AD]$ .

$$\begin{cases} x_E = \frac{x_A+x_D}{2} \\ y_E = \frac{y_A+y_D}{2} \end{cases} \text{ : فإن } E(0; -3) \text{ : و بما أن } , \begin{cases} \frac{x_A+x_D}{2} = \frac{2-2}{2} = \frac{0}{2} = 0 \\ \frac{y_A+y_D}{2} = \frac{-4-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases} \text{ : لدينا}$$

و بالتالي فإن  $E$  منتصف  $[AD]$ .

(5) - لنبين أن  $\overrightarrow{AB}(1;8)$  :

لدينا  $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$  يعني أن  $\overrightarrow{AB}(3-2; 4+4)$  أي  $\overrightarrow{AB}(1;8)$  :

(6) - / حساب المسافة  $AB$  :

لدينا  $AB = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{1 + 64} = \sqrt{65}$  ، إذن  $AB = \sqrt{65}$  :

/ حساب المسافة  $DC$  :

لدينا  $DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2}$  يعني أن :

$$\begin{aligned} DC &= \sqrt{(-1+2)^2 + (3+2)^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{1+25} \\ &= \sqrt{26} \end{aligned}$$

إذن  $DC = \sqrt{26}$  :

(7) - لنحدد إحداثيات  $K$  :

لدينا  $K$  صورة  $A$  بالإزاحة التي تحول  $B$  إلى  $C$  يعني أن  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AK}$  و منه فإن :

$$\begin{cases} -2 = x_K \\ -5 = y_K \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} -4+2 = x_K \\ -1-4 = y_K \end{cases} \text{ و منه فإن } \begin{cases} -1-3 = x_K - 2 \\ 3-4 = y_K + 4 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x_C - x_B = x_K - x_A \\ y_C - y_B = y_K - y_A \end{cases}$$

و بالتالي فإن  $K(-2; -5)$  :

(8) - / لنحدد إحداثيات  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$  :

$$\begin{cases} \overrightarrow{BC}(-4; -1) \\ \overrightarrow{AD}(-4; 2) \end{cases} \text{ و منه فإن } \begin{cases} \overrightarrow{BC}(-1-3; 3-4) \\ \overrightarrow{AD}(-2-2; -2+4) \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} \overrightarrow{BC}(x_C - x_B; y_C - y_B) \\ \overrightarrow{AD}(x_D - x_A; y_D - y_A) \end{cases}$$

و منه فإن  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}(-4-4; -1+2)$  أي  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}(-8; 1)$  :

/ لنحدد إحداثيات  $-3\overrightarrow{EC}$  :

لدينا  $\overrightarrow{EC}(x_C - x_E; y_C - y_E)$  أي  $\overrightarrow{EC}(-1-0; 3+3)$  ، إذن  $\overrightarrow{EC}(-1; 6)$  :

و منه فإن  $-3\overrightarrow{EC}(-3 \times (-1); -3 \times 6)$  أي  $-3\overrightarrow{EC}(3; -18)$  :

(9) - لنحدد إحداثيات  $R$  :

لدينا  $\overrightarrow{AR} = 2\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BE}$  يعني أن  $\begin{cases} x_R - x_A = 2(x_F - x_A) - (x_E - x_B) \\ y_R - x_A = 2(y_F - y_A) - (y_E - y_B) \end{cases}$  :

$$\begin{cases} x_R = 5 \\ y_R = 11 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x_R = 3+2 \\ y_R = 15-4 \end{cases} \text{ ، إذن } \begin{cases} x_R - 2 = 0+3 \\ y_R + 4 = 8+7 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x_R - 2 = 2(2-2) - (0-3) \\ y_R + 4 = 2(0+4) - (-3-4) \end{cases} \text{ و منه فإن } :$$

وبالتالي فإن  $R(5; 11)$  :

## تمرين ②

(1) - لنحدد  $x$  و  $y$  :

لدينا  $ABCD$  متوازي الاضلاع يعني أن  $\overline{AB} = \overline{DC}$  و منه فإن  $\begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \end{cases}$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases} : \text{و بالتالي فإن} , \begin{cases} -3 = -x \\ -8 = -y \end{cases} : \text{أي} , \begin{cases} 3-6 = -x \\ -5-3 = -y \end{cases} : \text{و منه فإن} , \begin{cases} 1+2 = 6-x \\ -2-3 = 3-y \end{cases} : \text{إذن}$$

(2) - لنحدد إحداثيي  $E$  :

لدينا  $2\overline{AE} + \overline{BC} = \overline{O}$  يعني أن  $\begin{cases} 2(x_E - x_A) + (x_C - x_B) = 0 \\ 2(y_E - y_A) + (y_C - y_B) = 0 \end{cases}$  و منه فإن  $\begin{cases} 2(x_E + 2) + (6-1) = 0 \\ 2(y_E - 3) + (3+2) = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x_E = \frac{-9}{2} \\ y_E = \frac{1}{2} \end{cases} : \text{و منه فإن} , \begin{cases} 2x_E = -9 \\ 2y_E = 1 \end{cases} : \text{إذن} , \begin{cases} 2x_E + 9 = 0 \\ 2y_E - 1 = 0 \end{cases} : \text{و منه فإن} , \begin{cases} 2x_E + 4 + 5 = 0 \\ 2y_E - 6 + 5 = 0 \end{cases} : \text{أي}$$

$$\text{و بالتالي فإن} : \left[ E\left(\frac{-9}{2}; \frac{1}{2}\right) \right]$$

(3) - لنثبت أن النقطة  $F(2; 2)$  هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$ .  
لدينا :

$$\begin{aligned} FC &= \sqrt{(x_C - x_F)^2 + (y_C - y_F)^2} & FB &= \sqrt{(x_B - x_F)^2 + (y_B - y_F)^2} & FA &= \sqrt{(x_A - x_F)^2 + (y_A - y_F)^2} \\ &= \sqrt{(6-2)^2 + (3-2)^2} & &= \sqrt{(1-2)^2 + (-2-2)^2} & &= \sqrt{(-2-2)^2 + (3-2)^2} \\ &= \sqrt{16+1} & &= \sqrt{1+16} & &= \sqrt{16+1} \\ &= \sqrt{17} & &= \sqrt{17} & &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

و منه فإن :

$$\boxed{FA = FB = FC}$$

و بالتالي فإن :  $F(2; 2)$  هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$ .

## تمرين ③

(1) - لنثبت أن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية :

لدينا :

$$\begin{aligned} BC^2 &= \left( \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \right)^2 & AC^2 &= \left( \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \right)^2 & AB^2 &= \left( \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \right)^2 \\ &= \left( \sqrt{(-3-3)^2 + (1-7)^2} \right)^2 & &= \left( \sqrt{(-3-1)^2 + (1+3)^2} \right)^2 & &= \left( \sqrt{(3-1)^2 + (7+3)^2} \right)^2 \\ &= (\sqrt{36+36})^2 & &= (\sqrt{16+16})^2 & &= (\sqrt{4+100})^2 \\ &= (\sqrt{72})^2 & &= (\sqrt{32})^2 & &= (\sqrt{104})^2 \\ &= 72 & &= 32 & &= 104 \end{aligned}$$

نلاحظ أن :  $AB^2 = AC^2 + BC^2$  و حسب مبرهنت فيثاغورس العكسية فإن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $C$ .

(2) - لنحسب  $\tan \hat{ABC}$  :

لدينا  $ABC$  مثلث قائم الزاوية في  $B$

إذن :  $\tan \hat{ABC} = \frac{AC}{BC}$

و بما أن :  $\left. \begin{array}{l} AC^2 = 32 \\ BC^2 = 72 \end{array} \right\}$  فإن  $\left. \begin{array}{l} AC = \sqrt{32} \\ BC = \sqrt{72} \end{array} \right\}$

و منه فإن :  $\tan \hat{ABC} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{72}}$  ، أي  $\tan \hat{ABC} = \frac{4\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}$  ، و بالتالي فإن :  $\tan \hat{ABC} = \frac{2}{3}$

(3) - لنحسب مساحة المثلث  $ABC$ .

نضع  $S$  مساحة المثلث  $ABC$ .

لدينا إذن :

$$S = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{72}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = \frac{24 \times \sqrt{2}^2}{2} = \frac{24 \times 2}{2} = 24$$

و بالتالي فإن :  $S = 24 \text{ cm}^2$

#### تمرين ④ :

(1) - لنحدد إحداثياتي كل من  $A$  و  $B$  و  $C$ .

لدينا من خلال الشكل :  $A(2; -1)$  و  $B(-3; -3)$  و  $C(-2; 0)$ .

(2) - (أ) -- لنحدد إحداثياتي  $\overline{AB}$ .

لدينا :  $\overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$  يعني أن :  $\overline{AB}(-3 - 2; -3 + 1)$  ، أي  $\overline{AB}(-5; -2)$

(ب) -- لنبين أن :  $AB = \sqrt{29}$ .

لدينا :  $AB = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$

إذن :  $\overline{AB} = \sqrt{29}$

(3) - لنثبت أن :  $(CD) \parallel (AB)$ .

نعلم أن :  $\overline{AB}(-5; -2)$

و لدينا :  $\overline{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C)$  يعني أن :  $\overline{CD}\left(\frac{1}{2} + 2; 1 - 0\right)$  ، أي  $\overline{CD}\left(\frac{5}{2}; 1\right)$

إذن :  $\frac{-1}{2}\overline{AB}\left(\frac{-1}{2} \times (-5); \frac{-1}{2} \times (-2)\right)$  ، أي  $\frac{-1}{2}\overline{AB}\left(\frac{5}{2}; 1\right)$  و منه فإن :  $\overline{CD} = \frac{-1}{2}\overline{AB}$

و بالتالي فإن :  $(CD) \parallel (AB)$ .

(4) - لثبت أن النقطة  $E(-8; -5)$  تنتمي إلى المستقيم  $(AB)$ .

لدينا :  $\overrightarrow{EA}(x_A - x_E; y_A - y_E)$  يعني أن :  $\overrightarrow{EA}(2+8; -1+5)$  ، أي :  $\overrightarrow{EA}(10; 4)$  .  
 و لدينا :  $\overrightarrow{EB}(x_B - x_E; y_B - y_E)$  يعني أن :  $\overrightarrow{EB}(-3+8; -3+5)$  ، أي :  $\overrightarrow{EB}(5; 2)$  .  
 إذن :  $2\overrightarrow{EB}(2 \times 5; 2 \times 2)$  ، أي :  $2\overrightarrow{EB}(10; 4)$  و منه فإن :  $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{EB}$  .  
 و بالتالي فإن :  $E \in (AB)$  .

### تمرين ⑤

(1) - لثبت أن الرباعي  $ABCD$  متوازي الأضلاع.

لدينا :  $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$  يعني أن :  $\overrightarrow{AB}(-4-2; 1-5)$  ، أي :  $\overrightarrow{AB}(-6; -4)$  .  
 و لدينا :  $\overrightarrow{DC}(x_C - x_D; y_C - y_D)$  يعني أن :  $\overrightarrow{DC}(-2-4; -1-3)$  ، أي :  $\overrightarrow{DC}(-6; -4)$  .  
 إذن :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  و منه فإن : الرباعي  $ABCD$  متوازي الأضلاع.

(2) - لنحدد إحداثيات  $M$ .

لدينا  $M$  مركز الرباعي  $ABCD$  يعني أن :  $M$  منتصف القطريين  $[AC]$  و  $[BD]$  .  
 و منه فإن :  $M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$  يعني أن :  $M\left(\frac{2-2}{2}; \frac{5-1}{2}\right)$  ، أي :  $M(0; 2)$  .

(3) - لثبت أن النقطة  $N(3; -3)$  تنتمي إلى واسط القطعة  $[AB]$ .  
 لدينا :

$$NB = \sqrt{(x_B - x_N)^2 + (y_B - y_N)^2} \quad 9 \quad NA = \sqrt{(x_A - x_N)^2 + (y_A - y_N)^2}$$

$$= \sqrt{(-4-3)^2 + (1+3)^2} \quad = \sqrt{(2-3)^2 + (5+3)^2}$$

$$= \sqrt{49+16} \quad = \sqrt{1+64}$$

$$= \sqrt{65} \quad = \sqrt{65}$$

إذن :  $NA = NB$  و منه فإن :  $N$  تنتمي إلى واسط القطعة  $[AB]$ .

(4) - لثبت أن النقطة  $F(6; -1)$  هي صورة النقطة  $C$  بالإزاحة التي تحول النقطة  $B$  إلى النقطة  $D$ .

لدينا :  $\overrightarrow{BD}(x_D - x_B; y_D - y_B)$  يعني أن :  $\overrightarrow{BD}(4+4; 3-3)$  ، أي :  $\overrightarrow{BD}(8; 0)$  .  
 و لدينا :  $\overrightarrow{CF}(x_F - x_C; y_F - y_C)$  يعني أن :  $\overrightarrow{CF}(6+2; -1+1)$  ، أي :  $\overrightarrow{CF}(8; 0)$  .  
 إذن :  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CF}$  و بالتالي فإن :  $F(6; -1)$  هي صورة النقطة  $C$  بالإزاحة التي تحول النقطة  $B$  إلى النقطة  $D$ .

(5) - لثبت أن النقط  $A$  و  $B$  و  $E$  مستقيمات.

نعلم أن :  $\overrightarrow{AB}(-6; -4)$

و لدينا :  $\overrightarrow{AE}(x_E - x_A; y_E - y_A)$  يعني أن :  $\overrightarrow{AE}(-1-2; 3-5)$  ، أي :  $\overrightarrow{AE}(-3; -2)$  .  
 إذن :  $2\overrightarrow{AE}(2 \times (-3); 2 \times (-2))$  ، أي :  $2\overrightarrow{AE}(-6; -4)$  و منه فإن :  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AE}$  .  
 و بالتالي فإن : أن النقط  $A$  و  $B$  و  $E$  مستقيمات.