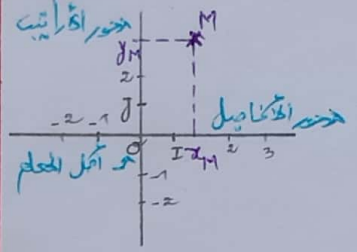
الدرس ③ : المعلم في المستوى

احداثيتا نقطة

المعلم و المستوى

لدينا: $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1$

* المعلم (O, I, J) يسمى معلم متعامد منظم
نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد منظم
* النقطة O تسمى أصل المعلم
* المستقيم (OI) يسمى محور الأفاصيل
* المستقيم (OJ) يسمى محور الأراتيب



احداثيتا نقطة

كل نقطة من المستوى مرتبطة بزوج وحيد (x_M, y_M)
x_M يسمى أفصول M و y_M: يسمى أرتوب M
ونكتب $M(x_M, y_M)$

احداثيتا منتصف قطعة

M منتصف القطعة $[AB]$

إذن: $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right)$

المسافة بين نقطتين

كيفية الطريقة ①

نعتبر $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$

لدينا: $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

ملاحظة هامة الطريقة ②

إذا كانت $\overrightarrow{AB}(x, y)$

فإن: $AB = \sqrt{x^2+y^2}$

مثال: لنبين أن ABCD مستطيل $A(1,5)$ ، $B(-3,9)$ ، $C(11,5)$ ، $D(9,1)$

لدينا: $\overrightarrow{AB}(-3-1, 9-5)$
إذن: $\overrightarrow{AB}(-4, 4)$
و $\overrightarrow{DC}(11-9, 5-1)$
إذن: $\overrightarrow{DC}(2, 4)$
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
وبالتالي فإن ABCD متوازي أضلاع

لدينا: $\overrightarrow{BC}(11-(-3), 5-9)$
إذن: $\overrightarrow{BC}(14, -4)$
و $\overrightarrow{AC}(11-1, 5-5)$
إذن: $\overrightarrow{AC}(10, 0)$
لدينا: $AB = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32}$
$BC = \sqrt{14^2+(-4)^2} = \sqrt{212}$
$AC = \sqrt{10^2+0^2} = \sqrt{100}$

إذن حسب خاصية فيثاغورس العكسية المثلث ABC قائم الزاوية في B
وبالتالي فإن ABCD مستطيل

احداثيتا متجهة

احداثيتا متجهة

نعتبر $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$

إذن: $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A, y_B-y_A)$

تساوي متجهتين

نعتبر $\overrightarrow{AB}(a, b)$ و $\overrightarrow{CD}(x, y)$

لدينا: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني أن $a = x$ و $b = y$

تكون متجهتان متساويتان إذا كانت لهما نفس الاحداثيتان.

احداثيتا مجموع وفرق متجهتين

نعتبر $\overrightarrow{AB}(a, b)$ و $\overrightarrow{CD}(x, y)$

لدينا: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}(a+x, b+y)$
$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}(a-x, b-y)$

احداثيتا متجهة جداء عدد حقيقي

نعتبر $\overrightarrow{AB}(a, b)$ و k عدد حقيقي

لدينا: $k\overrightarrow{AB}(ka, kb)$

أمثلة محلولة

السؤال ①

* بين أن A و B و C نقط مستقيمية

إذن يجب أن نبين أن

$k \in \mathbb{R}$ حيث $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

مثال: $C(4,11)$ ، $B(3,5)$ ، $A(2,-1)$

لدينا: $\overrightarrow{AB}(3-2, 5-(-1))$
$\overrightarrow{AB}(1, 6)$
$\overrightarrow{AC}(4-2, 11-(-1))$
$\overrightarrow{AC}(2, 12)$
$2\overrightarrow{AB}(2, 12)$

إذن: $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$

بما أن النقطة A و B و C مستقيمية.

السؤال ②

* حدد احداثيتي D بحيث يكون ABCD متوازي أضلاع
* نبحث عن احداثيتي D بحيث $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

مثال: $B(1,-4)$ ، $A(3,3)$ و $C(-2,-2)$ لنجد احداثيتي D بحيث ABCD متوازي أضلاع

يعني أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

يعني أن $\begin{cases} x_B-x_A = x_C-x_D \\ y_B-y_A = y_C-y_D \end{cases}$

يعني أن: $1-3 = -2-x_D$
$-4-3 = -2-y_D$
$D(0,5)$

السؤال ③

* طبيعة المثلث ABC

ABC مثلث متساوي الساقين في A (يعني) $AB = AC$

ABC مثلث متساوي الأضلاع (يعني) $AB = AC = BC$

ABC مثلث قائم الزاوية في A إذا كان $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية)

ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين

السؤال ④: طبيعة الرباعي

ABCD متوازي أضلاع $\Leftarrow$ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ في ABCD

ABCD مستطيل $\Leftarrow$ ABCD متوازي أضلاع + ABD مثلث قائم الزاوية في A

ABCD معين $\Leftarrow$ ABCD متوازي أضلاع + ABD مثلث متساوي الساقين في A

ABCD مربع $\Leftarrow$ ABCD متوازي أضلاع + ABD مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين في A