حل التمرين 1

1 - يتعلق مفعول قوة على دوران جسم بعاملين اثنين هما شدة هذه القوة و المسافة بين خط تأثيرها و محور الدوران.

2 - باعتبار توازن الكتلة المعلمة لدينا العلاقة: $F = m \cdot g$

التجربة	$F\,(N)$	$d\,(m)$	$F \cdot d\,(N \cdot m)$
1	0,245	0,060	0,014 7
2	0,490	0,030	0,014 7
3	0,980	0,015	0,014 7

3 - الجداء $F \cdot d$ ثابت.

4 - عزم قوة مطبقة على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت و متعامد مع خط تأثيرها يساوي جداء شدتها و المسافة الفاصلة بين خط تأثيرها و محور الدوران.

حل التمرين 2

1 - <u>جرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة</u>

تخضع الصفيحة لأربع قوى: $\vec{P}$ وزنها ، $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) ، $\vec{F}_1$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_1 ، و $\vec{F}_2$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_2.

2 - <u>عزوم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران</u>

خطا تأثير $\vec{P}$ و $\vec{R}$ يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : عزماهما منعدمان: $M_{\Delta}\left(\vec{P}\right) = M_{\Delta}\left(\vec{R}\right) = 0$

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}_1\right) = +F_1 \cdot d_1 = +m_1 \cdot g \cdot d_1 \quad \text{و} \quad M_{\Delta}\left(\vec{F}_2\right) = -F_2 \cdot d_2 = -m_2 \cdot g \cdot d_2$$

ت.ع.

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}_1\right) = +100\times10^{-3}\times9,8\times2,0\times10^{-2} = +1,96.10^{-2}\ N.m$$

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}_2\right) = -200\times10^{-3}\times9,8\times1,0\times10^{-2} = -1,96.10^{-2}\ N.m$$

نستنتج المجموع الجبري لعزوم القوى: $M_{\Delta}\left(\vec{P}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{R}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{F}_1\right)+M_{\Delta}\left(\vec{F}_2\right) = 0$

3 - <u>شرط توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (مبرهنة العزوم)</u>

في حالة توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت، المجموع الجبري لعزوم كل القوى المطبقة عليه منعدم

$$\Sigma M_{\Delta}\left(\vec{F}\right) = 0$$

حل التمرين 3

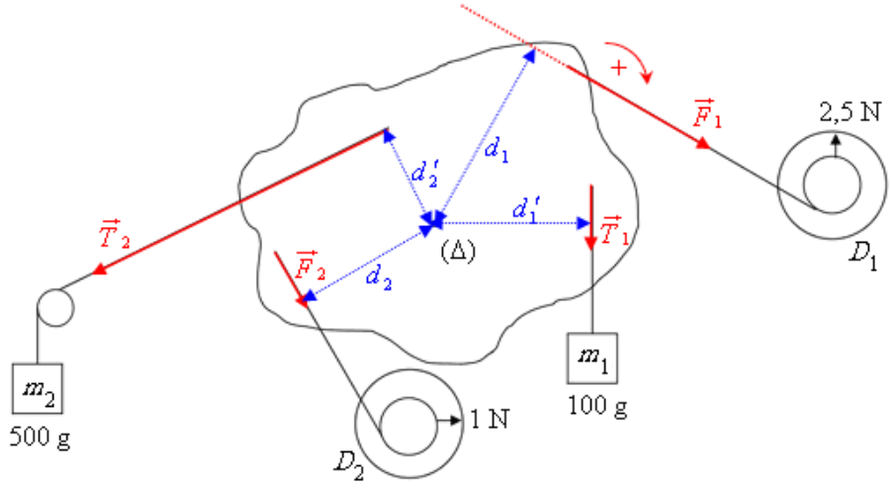
1 - جرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة

تخضع الصفيحة لست قوى: $\vec{P}$ وزنها ، $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) ، $\vec{F}_1$ تأثير الخيط المرتبط بالديناموتر D_1 ، $\vec{T}_1$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_1 ، $\vec{F}_2$ تأثير الخيط المرتبط بالديناموتر D_2 ، و $\vec{T}_2$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_2 .

2 - تمثيل متجهات القوى المقرونة بتأثيرات الخيوط على الصفيحة باستعمال السلم $1\,cm \leftrightarrow 1\,N$

شدداتها هي:

$$T_1 = m_1 \cdot g = 100\times10^{-3}\times10 = 1,0\ N \qquad F_1 = 2,5\ N$$
$$T_2 = m_2 \cdot g = 500\times10^{-3}\times10 = 5,0\ N \qquad F_2 = 1,0\ N$$



3 - عزوم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران

- المسافات الفاصلة بين خطوط تأثير القوى و محور الدوران:

$$d_1' = 2,4\ cm \qquad d_1 = 3,1\ cm$$
$$d_2' = 1,6\ cm \qquad d_2 = 2,3\ cm$$

- عزوم القوى بالنسبة لمحور الدوران:

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}_1\right) = +F_1 \cdot d_1 = +7,75.10^{-2}\ N.m$$
$$M_{\Delta}\left(\vec{F}_2\right) = -F_2 \cdot d_2 = -2,3.10^{-2}\ N.m$$
$$M_{\Delta}\left(\vec{T}_1\right) = +T_1 \cdot d_1' = +2,4.10^{-2}\ N.m$$
$$M_{\Delta}\left(\vec{T}_2\right) = -T_2 \cdot d_2' = -8,0.10^{-2}\ N.m$$

4 - المجموع الجبري لعزوم القوى

خطا تأثير $\vec{P}$ و $\vec{R}$ يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : عزماهما منعدمان: $M_{\Delta}\left(\vec{P}\right) = M_{\Delta}\left(\vec{R}\right) = 0$

نستنتج المجموع الجبري لعزوم القوى:

$$M_{\Delta}\left(\vec{P}\right) + M_{\Delta}\left(\vec{R}\right) + M_{\Delta}\left(\vec{F}_1\right) + M_{\Delta}\left(\vec{F}_2\right) + M_{\Delta}\left(\vec{T}_1\right) + M_{\Delta}\left(\vec{T}_2\right) = -0,0015 \approx 0$$

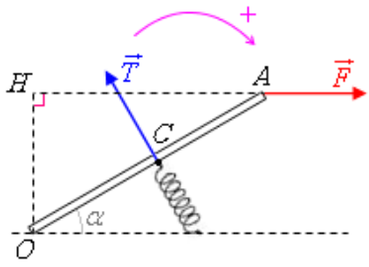
باعتبار الأخطاء في القياسات، يمكن اعتبار مجموع العزوم منعدما تقريبا.

حل التمرين 4

1 - <u>جرد جميع القوى المطبقة على العارضة</u>

تخضع العارضة لأربع قوى: $\vec{P}$ وزنها (مهمل) ، تأثير القوة $\vec{F}$ ، $\vec{T}$ تأثير النابض و $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) ،

2 - <u>شدة القوة التي يطبقها النابض على العارضة</u>



بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ) ، لدينا:

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{T}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{R}\right)=0$$

$M_{\Delta}\left(\vec{R}\right)=0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}\right)=+F\cdot OH=+F\cdot OA\cdot\sin\alpha$$

$$M_{\Delta}\left(\vec{T}\right)=-T\cdot OC=-T\cdot\frac{OA}{2}$$

نعوض و نستنتج: $F\cdot OA\cdot\sin\alpha-T\cdot\frac{OA}{2}=0$

$$T=2F\cdot\sin\alpha \quad \leftarrow$$

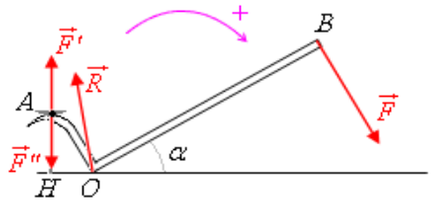
ت.ع. $T=2\times20\times\sin30°=\underline{20\ N}$

حل التمرين 5

1 - <u>شدة القوة $(A,\vec{F}')$ التي تطبقها العتلة على المسمار</u>

بإهمال وزنها تخضع العتلة لثلاث قوى: $(B,\vec{F})$ و $(O,\vec{R})$ و $(A,\vec{F}'')$ تأثير المسمار على العتلة.

حيث: $F''=F'$ حسب مبدأ التأثيرات البينية.



بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ) ، لدينا:

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{R}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{F}''\right)=0$$

$M_{\Delta}\left(\vec{R}\right)=0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}\right)=+F\cdot OB$$

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}''\right)=-F''\cdot OH=-F'\cdot OA\cdot\sin\alpha$$

نعوض و نستنتج: $F\cdot OB-F'\cdot OA\cdot\sin\alpha=0$

$$F'=F\cdot\frac{OB}{OA\cdot\sin\alpha} \quad \leftarrow$$

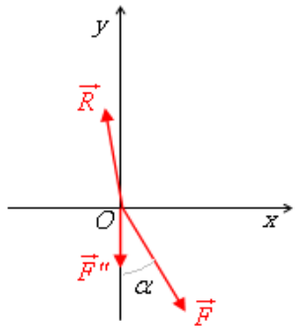
ت.ع. $F'=200\times\frac{0,70}{0,10\times\sin30°}=\underline{2\ 800\ N}$

2 - <u>شدة القوة $(O,\vec{R})$ التي يطبقها سطح التماس على العتلة</u>

بتطبيق الشرط الآخر للتوازن، لدينا: $\vec{F}+\vec{R}+\vec{F}''=\vec{0}$

ثم إسقاط هذه العلاقة في المعلم (O,x,y) :

$$\begin{vmatrix}F_x+R_x+F_x''=0\\F_y+R_y+F_y''=0\end{vmatrix} \leftarrow \begin{vmatrix}-F\cdot\sin\alpha+R_x+0=0\\-F\cdot\cos\alpha+R_y-F''=0\end{vmatrix}$$



و نستنتج إحداثيتي القوة $(O,\vec{R})$:

$$\begin{vmatrix}R_x=F\cdot\sin\alpha\\R_y=F\cdot\cos\alpha+F''\end{vmatrix}$$

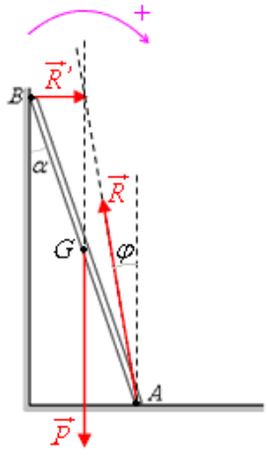
و شدتها هي: $R=\sqrt{{R_x}^2+{R_y}^2}$

$$R=\sqrt{(F\cdot\sin\alpha)^2+(F\cdot\cos\alpha+F')^2}$$

ت.ع.

$$R=\sqrt{(200\times\sin30°)^2+(200\times\cos30°+2\ 800)^2}=\underline{2\ 975\ N}$$

حل التمرين6



1 - جرد القوى المطبقة على AB و تمثيل متجهاتها

يخضع السلم لثلاث قوى هي:

وزنه $\vec{P}$ و تأثير السطح الأفقي $\vec{R}$ و تأثير الجدار الرأسي $\vec{R}'$.

خطوط تأثير القوى تتلاقى في نقطة تقاطع خط تأثير $\vec{P}$ (العمودي المار من G) و خط تأثير $\vec{R}'$ (الأفقي المار من B).

2 - شدة القوة المطبقة من طرف الجدار

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ) ، لدينا: $M_{\Delta}\left(\vec{P}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{R}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{R}'\right)=0$

لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ) $M_{\Delta}\left(\vec{R}\right)=0$

$$M_{\Delta}\left(\vec{P}\right)=-P\cdot\frac{AB}{2}\cdot\sin\alpha$$

$$M_{\Delta}\left(\vec{R}'\right)=+R'\cdot AB\cdot\cos\alpha$$

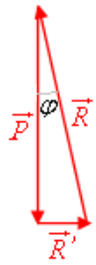
نعوض و نستنتج: $-P\cdot\frac{AB}{2}\cdot\sin\alpha+R'\cdot AB\cdot\cos\alpha=0$

$$R'=\frac{P}{2}\cdot\tan\alpha \quad \leftarrow$$

ت.ع. $R'=\frac{40}{2}\times 0,15=\underline{3\ N}$

3 - شدة القوة التي يطبقها السطح الأفقي و قيمة الزاوية φ

الخط المضلعي لمتجهات القوى مثلث قائم الزاوية.



لدينا العلاقة: $R=\sqrt{P^2+R'^2}$

ت.ع. $R=\sqrt{40^2+3^2}\approx\underline{40\ N}$

و لدينا العلاقة: $\tan\varphi=\frac{R'}{P}$

و باعتبار العلاقة السابقة: $\tan\varphi=\frac{1}{2}\cdot\tan\alpha$

ت.ع. $\tan\varphi=0,075 \quad \leftarrow \quad \underline{\varphi=4,3^\circ}$

4 - القيمة النهائية α_m للزاوية α دون أن يفقد السلم توازنه

لكي يبقى السلم في حالة التوازن، يجب أن يتحقق الشرط التالي: $\tan\varphi\leq\tan\varphi_0$

$$\frac{1}{2}\cdot\tan\alpha\leq\tan\varphi_0 \quad \leftarrow$$

$$\tan\alpha_m=2\tan\varphi_0 \quad \leftarrow$$

ت.ع. $\tan\alpha_m=0,50 \quad \leftarrow \quad \underline{\alpha_m=26,6^\circ}$

حل التمرين 7

1 - شدة توتر الحبل

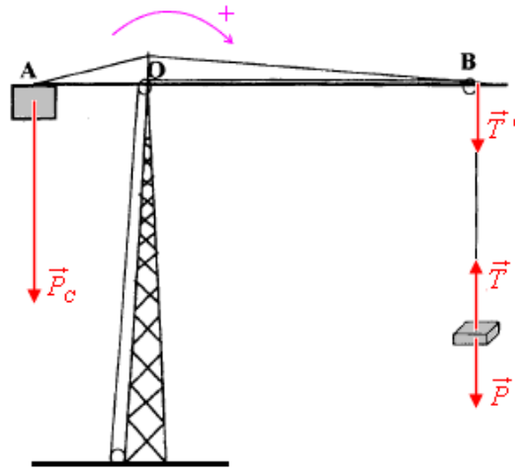
تخضع الحمولة لقوتين هما وزنها $\vec{P}$ و تأثير الحبل $\vec{T}$.

تطبيق شرط التوازن: $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$ $\leftarrow$ $T=M\cdot g$

ت.ع. $T=1\,500\times 10=\underline{15\,000\ N}$

2 - جرد القوى المطبقة على الرافعة

بإهمال وزنها تخضع الرافعة لثلاث قوى هي تأثير الثقل الموازنه $\vec{P}$ و تأثير الحبل $\vec{T}'$ و تأثير سطح التماس $\vec{R}$



3 - كتلة الثقل الموازن

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور مار من O لدينا: $M_{\Delta}(\vec{P}_C)+M_{\Delta}(\vec{R})+M_{\Delta}(\vec{T}')=0$

$M_{\Delta}(\vec{R})=0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع المحور

$M_{\Delta}(\vec{P}_C)=-M_C\cdot g\cdot OA$

$M_{\Delta}(\vec{T}')=+T'\cdot OB=+T\cdot OB$ لأن $T=T'$ حسب مبدأ التأثيرات البينية

نعوض و نستنتج: $-M_C\cdot g\cdot OA+T\cdot OB=0$

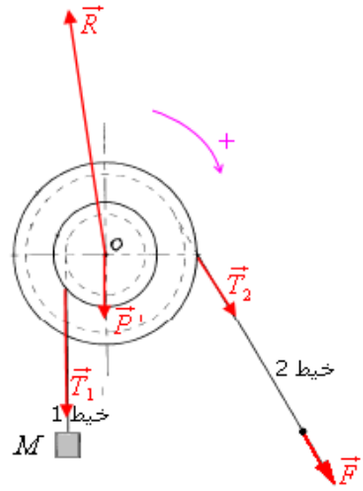
$\leftarrow$ $M_C=\dfrac{T}{g}\cdot\dfrac{OB}{OA}$

ت.ع. $M_C=\dfrac{15\,000}{10}\times\dfrac{10}{3}=\underline{5\,000\ kg}$

حل التمرين 8

1 - جرد القوى المطبقة على البكرة

تخضع البكرة لأربع قوى هي وزنها $\vec{P}'$ و تأثير محورها $\vec{R}$ و تأثير الحبل 1 $\vec{T}_1$، و تأثير الحبل 2 $\vec{T}_2$.



2 - شدة القوة $\vec{F}$ لكي تكون البكرة في توازن

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران، لدينا: $M_{\Delta}(\vec{P}')+M_{\Delta}(\vec{R})+M_{\Delta}(\vec{T}_1)+M_{\Delta}(\vec{T}_2)=0$

$M_{\Delta}(\vec{P}')=M_{\Delta}(\vec{R})=0$ لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع المحور

$M_{\Delta}(\vec{T}_1)=-T_1\cdot r=-P\cdot r$ لأن $T_1=P$ حسب شرط توازن الحمولة و مبدأ التأثيرات البينية

$M_{\Delta}(\vec{T}_2)=+T_2\cdot R=+F\cdot R$ لأن $T_2=F$ حسب مبدأ التأثيرات البينية

نعوض و نستنتج: $-P\cdot r+F\cdot R=0$

$$F=P\cdot\frac{r}{R} \quad \leftarrow$$

ت.ع. $F=500\times\frac{5}{10}=\underline{250\ N}$

3 - الفائدة من هذا التركيب

يلاحظ أن: $F<P$

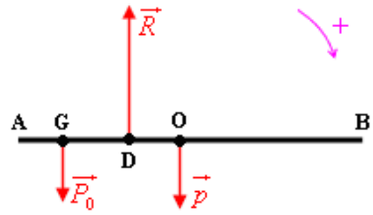
يمكن هذا التركيب من رفع حمولة بمجهود أدنى.

حل التمرين 9

1 - كتلة الثقل الموازن

- ندرس توازن العاتق بدون حمولة:

يخضع العاتق لثلاث قوى وزنه $\vec{P_0}$ ، وزن الثقل الموازن $\vec{p}$ و تأثير المحور $\vec{R}$

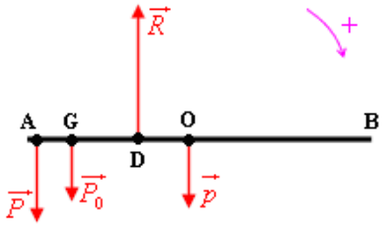


تطبيق مبرهنة العزوم: $M_{\Delta}\left(\vec{P_0}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{p}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{R}\right)=0$

$\leftarrow \quad -P_0 \cdot DG + p \cdot DO = 0 \qquad (1)$

- ندرس توازن العاتق مع الحمولة:

يخضع العاتق لأربع قوى وزنه $\vec{P_0}$ ، وزن الثقل الموازن $\vec{p}$ ، تأثير المحور $\vec{R}$ و وزن الحمولة $\vec{P}$



تطبيق مبرهنة العزوم: $M_{\Delta}\left(\vec{P_0}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{p}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{R}\right)+M_{\Delta}\left(\vec{P}\right)=0$

$\leftarrow \quad -P_0 \cdot DG + p \cdot DC - P \cdot DA = 0 \qquad (2)$

- بطرح (1) من (2) نستنتج: $p \cdot (DC - DO) - P \cdot DA = 0$

$\leftarrow \quad p = P \cdot \dfrac{DA}{OC}$

$\leftarrow \quad \boxed{m = M \cdot \dfrac{DA}{OC}}$

ت.ع. $m = 3 \times \dfrac{10}{30} = \underline{1\ kg}$

2 - تعبير المسافة $x = OC$ بدلالة M كتلة الحمولة

من العلاقة السابقة نستنتج: $OC = \dfrac{M}{m} \cdot DA \quad \leftarrow \quad \boxed{x = 10 \times \dfrac{M}{m}} \ (cm)$

3 - المسافة DG التي تحدد موضع G مركز ثقل العاتق

من العلاقة (1) نستنتج: $DG = \dfrac{p}{P_0} \cdot DO \quad \leftarrow \quad \boxed{DG = \dfrac{m}{m_0} \cdot DO}$

ت.ع. $DG = \dfrac{1}{1} \times 5 = \underline{5\ cm}$

4 - شدة القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير محور تعليق العاتق عندما تكون كتلة الحمولة هي $M = 5\ kg$

عند التوازن: $\vec{P_0} + \vec{p} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$

بما أن الأوزان قوى عمودية، فإن $\vec{R}$ عمودية و متجهة نحو الأعلى و شدتها: $R = P_0 + p + P$

$\leftarrow \quad \boxed{R = (m_0 + m + M) \cdot g}$

ت.ع. $R = (1+1+5) \times 10 = \underline{70\ N}$

حل التمرين 10

1 - عزم القوة $(A,\vec{F})$ في الحالات التالية:

أ - عندما يكون الذراع OA أفقيا

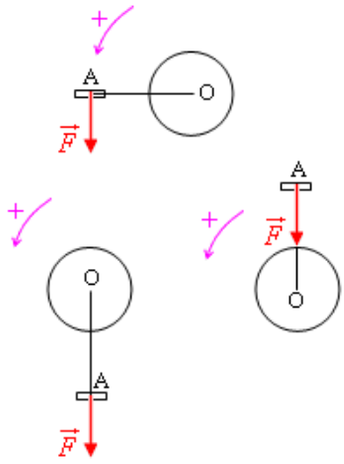
$$M_{\Delta}\left(\vec{F}\right) = F \cdot d = F \cdot OA$$

ت.ع. $M_{\Delta}\left(\vec{F}\right) = 60 \times 0,16 = \underline{9,6\ N.m}$

ب - عندما يكون الذراع OA رأسيا

في هذه الحالة خط تأثير القوة $(A,\vec{F})$ يتقاطع مع محور الدوران ($d = 0$)

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}\right) = 0$$



ت - عندما يكون الذراع OA مائلا بالزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للخط الأفقي

في كلتا الحالتين الممكنتين: $d = OA \cdot \cos\alpha$

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}\right) = F \cdot OA \cdot \cos\alpha \quad \leftarrow$$

ت.ع. $M_{\Delta}\left(\vec{F}\right) = 60 \times 0,16 \times \cos 30° = \underline{8,3\ N.m}$