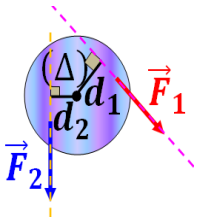
# توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت

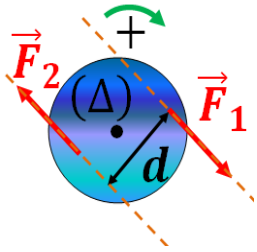
## *Equilibre d'un corps solide pouvant tourner autour d'un axe fixe*


الجزء الأول : الميكانيك
المحور الثالث
الوحدة 7
ذ . هشام محجر


* يكون جسم صلب في دوران حول محور ثابت $(\Delta)$ إذا كانت جميع نقطه في حركة دائرية ممركزة في محور الدوران $(\Delta)$ ، ما عدا النقط التي تنتمي إلى محور الدوران $(\Delta)$ .
* يكون لقوة $\vec{F}$ مفعول دوران على جسم صلب إذا كان خط تأثيرها غير مواز لمحور الدوران $(\Delta)$ ولا يتقاطع معه .
* تزداد شدة القوة التي نختارها لإدارة جسم صلب كلما اقتربنا من محور الدوران $(\Delta)$ .



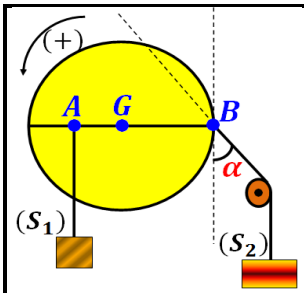

* عزم قوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور دوران ثابت $(\Delta)$ ومتعامد مع خط تأثيرها ، هو جذاء الشدة $F$ لهذه القوة و المسافة $d$ الفاصلة بين خط تأثيرها والمحور $(\Delta)$ حيث : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = \pm F.d$ .
* عندما يكون جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت $(\Delta)$ في توازن بالنسبة لمعلم مرتبط بالأرض تحت تأثير عدة قوى ، فإن :
  - ❖ المجموع المتجهي للقوى المطبقة على الجسم منعدم $\sum \vec{F} = \vec{0}$ .
  - ❖ المجموع الجبري لعزوم كل القوى المطبقة عليه بالنسبة لهذا المحور منعدم $\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = 0$ .
* تُكَون القوتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ مزدوجة قوتين قادرة على إدارة جسم صلب في نفس المنحى ، إذا كان : مجموعهما المتجهي منعدم $\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$ وليس لهما نفس خط التأثير .




* عزم مزدوجة قوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ بالنسبة لمحور دوران ثابت $(\Delta)$ عمودي على مستوى المزدوجة هو جذاء الشدة $F$ المشتركة للقوتين و المسافة $d$ الفاصلة بين خطي تأثيريهما : $\mathcal{M}_C = \pm F.d$ . عزم مزدوجة قوتين لا يتعلق بمحور الدوران .
* نسمي نواس اللي الجهاز المكون من سلك فولاذي أسطواني محوره رأسي ثبت أعلاه بأسطوانة مدرجة من $0°$ إلى $150°$ ، بينما يحمل في طرفه الأسفل قضيبا فلزيا متجانسا أفقيا .
* عند لي سلك فلزي بزاوية $\theta$ فإن هذا الأخير يطبق مزدوجة اللي تقاوم هذا الالتواء ، تعبير عزم مزدوجة اللي هو : $\mathcal{M}_T = -C.\theta$ حيث نسمي $C$ ثابتة لي السلك ، وحدتها في ( ن ع ) هي $N.m.rad^{-1}$ .

### تمرين 1 :

يمثل الشكل جانبه قرصا $(D)$ قابلا للدوران بدون احتكاك حول محور ثابت $(\Delta)$ .
$(S_1)$ كتلته $m_1$ و $(S_2)$ كتلته $m_2$ .

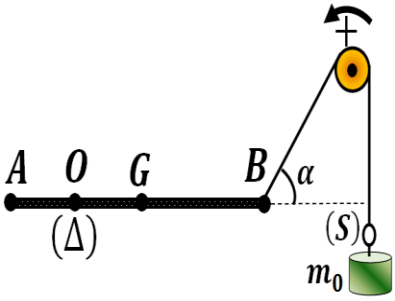



1- اجرد القوى المطبقة على القرص $(D)$ .
2- اعط تعبير عزم كل القوى المطبقة على القرص $(D)$ .
3- بتطبيق مبرهنة العزوم ، بين أن :

$$m_2 = m_1 . \frac{AG}{GB.\cos\alpha}$$ .

### تمرين 2 :

نعتبر قضيبا متينا ومتجانسا طوله $L = AB$ وكتلته $m = 400\ g$ في توازن أفقي ، قابل للدوران حول محور أفقي ثابت $(\Delta)$ يمر من النقطة $O$ حيث $OA = \frac{L}{4}$ .
نثبت عند النقطة $B$ خيطا يمر عبر مجرى بكرة ويحمل في الطرف الآخر جسما $(S)$ كتلته $m_0$ ، علما أن اتجاه الخيط يكون زاوية $\alpha = 30°$ مع المستقيم الأفقي المار من $O$ و $G$ .




**نعطي** : $g = 10\ N.kg^{-1}$

1- اجرد القوى المطبقة على القضيب $AB$ .
2- أوجد تعبير عزم كل قوة .
3- بتطبيق مبرهنة العزوم ، عين شدة القوة المطبقة من طرف الخيط على القضيب $AB$ .
4- استنتج قيمة $m_0$ كتلة الجسم $(S)$ .

# توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت

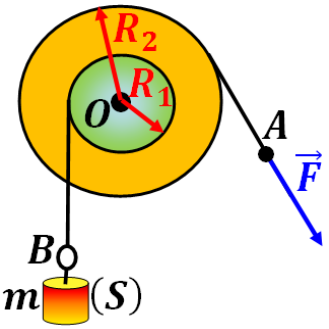
## Equilibre d'un corps solide pouvant tourner autour d'un axe fixe



### تمرين 3 :

نعتبر بكرة متجانسة وذات مجريين ، وكتلتها مهملة ، وقابلة للدوران حول محور $(\Delta)$ أفقي وثابت يمر من مركزها $O$ .

نثبت خيطا غير مدود في المجرى ذي الشعاع $R_1$ ونشد بنهايته جسما صلبا $(S)$ كتلته $m = 200\ g$ . وللحفاظ على توازن البكرة ، نطبق عليها في المجرى ذي الشعاع $R_2$ قوة $\vec{F}$ تكون زاوية $\alpha = 45°$ مع الخط الأفقي .




**نعطي**: $g = 10\ N.kg^{-1}$ و $R_2 = 2R_1$ .

1- اجرد القوى المطبقة على البكرة وهي في توازن .

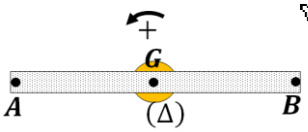
2- اعط تعبير عزم كل قوة بالنسبة للمحور $(\Delta)$ .

3- أوجد قيمة $F$ .

4- حدد مميزات $\vec{R}$ القوة المطبقة من طرف المحور $(\Delta)$.

### تمرين 4 :

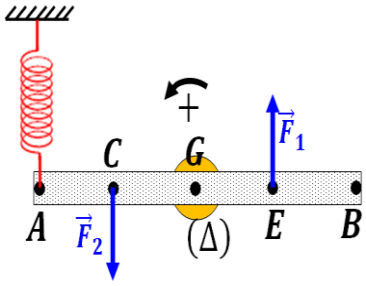
نعتبر **عارضة متجانسة** طولها $L = AB$ قابلة للدوران حول محور $(\Delta)$ أفقي وثابت يمر من مركز قصورها $G$ حيث تكون في **توازن** وهي في **وضع أفقي** .




1- اجرد القوى المطبقة على العارضة $AB$ .

2- ذكر بشرطي توازن العارضة $AB$ .

3- بواسطة خيطين نطبق على العارضة قوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ لهما نفس الشدة $F = 2\ N$ . ونبقي العارضة في **توازن أفقي** بتطبيق قوة بواسطة **نابض** .




3-1- هل تكون القوتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ مزدوجة قوتين ؟

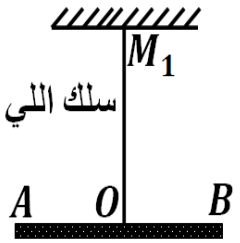
3-2- ادرس توازن العارضة واستنتج توتر النابض .

3-3- باستعمال الطريقة الهندسية ، استنتج $R$ شدة تأثير المحور $(\Delta)$ على العارضة . السلم $1N \rightarrow 1cm$ .

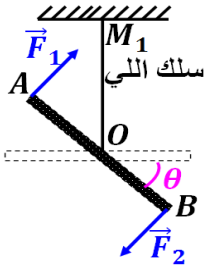
**نعطي**: $P = 3N$ و $CG = EG = \frac{L}{4}$ .

### تمرين 5 :

يمثل الشكل جانبه قضيبا متجانسا $AB$ مقطعه ثابت وطوله $L$ معلق من منتصفه $O$ بسلك فلزي $OM_1$ ثابتة ليه هي $C_1 = 0,063\ N.m.rad^{-1}$ .




نطبق على القضيب مزدوجة قوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ حيث يبقى خطا تأثيرهما دوما متعامدين معه ، ويوجدان في المستوى الأفقي المار به ، فيدور القضيب بزاوية $\theta$ ويلتوي السلك ، ثم يبقى القضيب في حالة توازن .



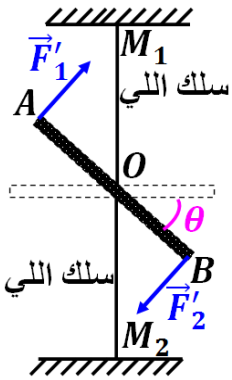

1- اجرد القوى المطبقة على القضيب $AB$ .

2- اعط تعبير عزم كل القوى المطبقة على القضيب $AB$ .

3- بتطبيق مبرهنة العزوم ، أوجد العلاقة بين عزم مزدوجة اللي $\mathcal{M}_C$ عزم مزدوجة القوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ عزم $\mathcal{M}_T$ .

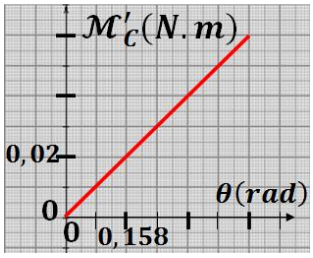
4- احسب قيمة الزاوية $\theta$ علما أن $F_2 = 3.10^{-2}N$ .

5- نضيف إلى التركيب السابق سلكا آخر $OM_2$ من نفس النوع والمقطع ، ثابتة ليه $C_2$ . نطبق على القضيب مزدوجة قوتين $(\vec{F}'_1, \vec{F}'_2)$ و يبقى القضيب في حالة توازن .




5-1- ادرس توازن القضيب ، واستنتج عزم مزدوجة القوتين $(\vec{F}'_1, \vec{F}'_2)$ بدلالة $C_1$ و $C_2$ و $\theta$ .

5-2- نغير $F'$ الشدة المشتركة لقوتي المزدوجة المطبقة على القضيب ، ونقيس الزاوية $\theta$ . يمثل المبيان جانبه تغيرات $\mathcal{M}'_C$ بدلالة الزاوية $\theta$ .




حدد مبيانيا قيمة الثابتة $C_2$ .