الدرس ⑦ : قوة عدد جذري

I - قوة عدد جذري :

1) نشاط :

1) أ- تحقق أن $\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}=\left(\frac{-3}{7}\right)^3$

ب- هل يمكن كتابة الجداء $\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}$ على شكل جداء.

2) أ- باستعمال الآلة الحاسبة احسب $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

ب- أحسب القوة $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ ماذا تلاحظ ؟

الحل :

1) أ- لدينا : $\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}=\frac{(-3)\times(-3)\times(-3)}{7\times7\times7}=\frac{(-3)^3}{7^3}$

ب- لدينا : $\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}=\left(\frac{-3}{7}\right)^3$

2) أ- باستعمال الآلة الحاسبة نجد أن : $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\frac{9}{4}$

ب- لدينا : $\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$

نلاحظ أن $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{2}\right)^2$

1) القوة ذات أسها موجب :

أ- تعريف :

a عدد جذري غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي

$a^n=\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n\text{ مرة}}$

a^n ← القوة n للعدد a ، n الأس ، a الأساس

* حالة خاصة :

a عدد جذري غير منعدم.

$a^1=a$ ، $a^0=1$

* ملاحظة : القوة 0^0 لا معنى لها

ب- أمثلة :

* $2^3=2\times2\times2=8$
* $(-3)^4=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)=81$
* $\left(-\frac{5}{4}\right)^3=\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{125}{64}$

ج- ملاحظة هامة :

a عدد جذري غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي

* إذا كان n عددا زوجيا فإن : $(-a)^n=a^n$
* إذا كان n عددا فرديا فإن : $(-a)^n=-a^n$

* أمثلة :
  - $(-4)^3=-4^3=-4\times4\times4=-64$
  - $(-5)^4=5^4=5\times5\times5\times5=625$
  - $\left(\frac{-4}{3}\right)^2=\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{16}{9}$

د- قوى العدد 10 :

إذا كان n عدد صحيح طبيعي فإن :

$10^n=100\ldots00$ (n من الأصفار) ، $10^{-n}=0,00\ldots01$ (n من الأصفار)

2) القوة ذات أسها صحيح سالب :

أ- تعريف :

a عدد جذري غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

نتيجة : $\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

ب- أمثلة :

* $5^{-3}=\frac{1}{5^3}=\frac{1}{125}$
* $(-3)^{-2}=\frac{1}{(-3)^2}=\frac{1}{9}$
* $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{27}{8}$
* $\left(\frac{-4}{3}\right)^{-3}=\left(\frac{3}{-4}\right)^3=-\left(\frac{3}{4}\right)^3=-\frac{27}{64}$

3) إشارة قوة :

خاصية

إشارة قوة أساسها

- أساسها موجب ← موجبة
- أساسها سالب
  - أسها زوجي ← موجبة
  - أسها فردي ← سالبة

* أمثلة :
  - القوة 7^{35} موجبة لأن الأساس 7 موجب
  - القوة $(-11)^{24}$ موجبة لأن الأساس 24 زوجي
  - القوة $\left(-\frac{4}{7}\right)^{33}$ سالبة لأن الأساس $-\frac{4}{7}$ سالب والأس 33 فردي.

II - خاصيات القوى:

1) خاصيات:

a و b عددان حقيقيان غير منعدمين، n و m عددان صحيحان نسبيان.

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \qquad a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \qquad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(a^m)^n = a^{n \times m}$$

2) أمثلة:

$7^2 \times 7^{15} = 7^{2+15} = 7^{17}$

$\left(\frac{-2}{3}\right)^{11} \times \left(\frac{-2}{3}\right)^{-7} = \left(\frac{-2}{3}\right)^{11+(-7)} = \left(\frac{-2}{3}\right)^4$

$\frac{2,5^7}{2,5^2} = 2,5^{7-2} = 2,5^5$

$\frac{22^5}{22^{-3}} = 22^{5-(-3)} = 22^{5+3} = 22^8$

$\frac{21^5}{3^5} = \left(\frac{21}{3}\right)^5 = 7^5$

$\left(\frac{-5}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{3} \times \frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{6}\right)^4$

$(7,5^5)^2 = 7,5^{5 \times 2} = 7,5^{10}$

$\left(\left(\frac{5}{7}\right)^5\right)^{-3} = \left(\frac{5}{7}\right)^{5 \times (-3)} = \left(\frac{5}{7}\right)^{-15} = \left(\frac{7}{5}\right)^{15}$

III - الكتابة العلمية لعدد عشري:

1) تعريف:

x عدد عشري و a عدد عشري و n عدد صحيح نسبي

الكتابة $x = a \times 10^n$ حيث $1 \leqslant a < 10$

تسمى الكتابة العلمية للعدد x.

ملاحظة: إذا كان x عدد عشري سالب

فإن الكتابة $x = -a \times 10^n$ حيث $1 \leqslant a < 10$

هي الكتابة العلمية للعدد x.

2) أمثلة:

$a = 3452$

$= 3,452 \times 10^3$

$b = 2,045 = 2,045 \times 10^0$

$c = 0,00313 = 3,13 \times 10^{-3}$

$d = -0,0000425 = -4,25 \times 10^{-5}$

التمارين

التمرين 65 ص 82 كتاب:

* $2^5 = 32$ خطأ
* $(0,2)^2 \neq 0,4$ لأن $(0,2)^2 = 0,04$
* $5^2 \neq 10$ لأن $5^2 = 25$
* $3^2 \neq 2^3$ لأن $3^2 = 9$ و $2^3 = 8$
* $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^4$ $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$
* $\left(\frac{1}{10}\right)^3 = 0,001$ لأن $\left(\frac{1}{10}\right)^3 = 10^{-3} = 0,001$

التمرين 66 ص 82 كتاب:

* $8 = 2^3$
* $-32 = -2^5 = (-2)^5$
* $\frac{27}{125} = \left(\frac{3}{5}\right)^3$
* $0,36 = \frac{36}{100} = \left(\frac{6}{10}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2$

التمرين 68 ص 82 كتاب:

$7^{-5} = \frac{1}{7^5}$ ؛ لأن 7^5 هو مقلوب 7^{-5}

13^{19} هو مقابل -13^{19}

$\left(\frac{7}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{7}{2}\right)^3}$ ؛ لأن $\left(\frac{7}{2}\right)^3$ هو مقلوب $\left(\frac{7}{2}\right)^{-3}$

$7^2 = 49$ لأن 7^2 هو مقابل -49

$\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3^4}$ ؛ لأن 3^4 هو مقلوب $\left(\frac{1}{3}\right)^4$

التمرين 67 ص 82 كتاب:

* $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{-2}\right)^1 = -\frac{3}{2}$
* $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
* $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2 = 25$
* $\left(-\frac{4}{7}\right)^{-2} = \left(-\frac{7}{4}\right)^2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$
* $\left(-\frac{36}{24}\right)^{-3} = \left(-\frac{24}{36}\right)^3 = -\left(\frac{24}{36}\right)^3 = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$

التمرين 69 ص 82 كتاب:

* $10^9 = 1000000000$
* $10^{-3} = 0,001$
* $-10^0 = -1$
* $10^5 = 100000$
* $-10^{-1} = -0,1$
* $-10^{-4} = -0,0001$

التمرين 70 ص 82 كتاب:

* $\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$
* $\frac{1}{10} = 10^{-1}$
* $\frac{1}{10^4} = 10^{-4}$
* $\frac{1}{0,0001} = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4$
* $\frac{1}{10^{-3}} = 10^3$