مادة الرياضيات 2AC

ترتيب الأعداد الجذرية و العمليـــات

أهم فقرات الدرس

I _ الترتيب :

1) – مقارنة عددين جذريين :

أ) -- قاعدة :

لمقارنة عددين جذريين a و b نحدد إشارة فرقهما :
./ إذا كان $a-b\geq 0$ فإن : $a\geq b$
./ إذا كان $a-b\leq 0$ فإن : $a\leq b$

ب) -- أمثلة :

* / لنقارن العددين : $\frac{2}{5}$ و 7 :

لدينا :

$$\frac{2}{5}-7=\frac{2}{5}-\frac{35}{7}$$
$$=\frac{-33}{7}$$

إذن : $\left(\frac{2}{5}-7\right)\leq 0$ و منه فإن : $\frac{2}{5}\leq 7$.

* / لنقارن العددين : $\frac{11}{3}$ و $\frac{7}{8}$.

لدينا :

$$\frac{11}{3}-\frac{7}{8}=\frac{88}{24}-\frac{21}{24}$$
$$=\frac{67}{24}$$

إذن : $\left(\frac{11}{3}-\frac{7}{8}\right)\geq 0$ و منه فإن : $\frac{11}{3}\geq \frac{7}{8}$.

ج) -- الترميز $<$:

الترميز $a<b$ يعني : $\left.\begin{array}{l} a<b \\ a\neq b \end{array}\right\}$ و يقرأ : a أصغر قطعا من b

د) -- الترميز $\leq$:

الترميز $a \leq b$ يعني : $\left.\begin{array}{l} a<b \\ a=b \end{array}\right\}$ أو و يقرأ : a أصغر من او يساوي b

ه) -- المتفاوتة :

a و b عددان جذريان .
كل كتابة على شكل $a \leq b$ أو $a \geq b$ تسمى متفاوتة.
a و b يسميان طرفي المتفاوتة .

2) – الترتيب و الجمع :

أ) -- خاصية 1 :

a و b و k أعداد جذرية .
إذا كان $a \leq b$ فإن : $a+k \leq b+k$

* / تمرين تطبيقي :

a و b عددان جذريان بحيث : $a-5 \leq b$.
بين أن : $a-3 \leq b+2$

الحـل :

لدينا :

$a-5 \leq b$ يعني أن : $a-5+2 \leq b+2$

أي $a-3 \leq b+2$

ب) -- خاصية 2 :

a و b و c و d أعداد جذرية .
إذا كان $\left.\begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array}\right\}$ و فإن : $a+c \leq b+d$.

* / تمرين تطبيقي :

a و b عددان جذريان بحيث : $a+3 \leq -4$ و $2b-1 \leq \frac{1}{2}$.

بين أن : $2b+a+2 \leq \frac{-7}{2}$.

الحـل :

نعلم أن : $\left.\begin{array}{l} 2b-1\le\dfrac{1}{2} \\ a+3\le -4 \end{array}\right\}$ و إذن : $(2b-1)+(x+3)\le\dfrac{1}{2}+(-4)$

و منه فإن :

$$2b-1+a+3\le\frac{1}{2}-4$$

$$2b+a+2\le\frac{1-8}{2}$$

و بالتالي فإن : $2b+a+2\le\dfrac{-7}{2}$.

3) – الترتيب و الضرب :

أ) -- خاصية :

a و b و k أعداد جذرية .

1/ إذا كان $\left.\begin{array}{l} a\le b \\ k\ge 0 \end{array}\right\}$ و فإن : $a\times k\le b\times k$.

2/ إذا كان $\left.\begin{array}{l} a\le b \\ k\le 0 \end{array}\right\}$ و فإن : $a\times k\ge b\times k$.

* / تمرين تطبيقي :

a و b عددان جذريان بحيث : $a\le\dfrac{1}{2}$ و $b\le\dfrac{-3}{2}$.

استنتج $2a$ و $-6b$.

الحـل :

لدينا : $\left.\begin{array}{l} a\le\dfrac{1}{2} \\ 2\ge 0 \end{array}\right\}$ و إذن : $a\times 2\le\dfrac{1}{2}\times 2$ أي : $2a\le 1$.

و لدينا : $\left.\begin{array}{l} b\le\dfrac{-3}{2} \\ -6\le 0 \end{array}\right\}$ و إذن : $b\times(-6)\ge\dfrac{-3}{2}\times(-6)$ أي : $-6b\ge 9$.

II _ التـأطيــر :

1) – تعريف :

a و b و x أعداد جذرية .
كـل من الكتابتين : $a<x<b$ و $a\le x\le b$
يسمى تأطيرا للعدد x .

* / ملاحظة :

الكتابة $a\le x\le b$ تقرأ : x محصورة بين a و b .

الكتابة $a<x<b$ تقرأ : x محصورة قطعا بين a و b .

2) – التأطير و التقريب :

* / مـثـال :

نعتبر العدد الجذري $\frac{13}{7}$. لدينا :

13	7
60	1,85
40	
5	

❶ -- القيمة المقربة للعدد $\frac{13}{7}$ إلى 0,01 بتفريط هي 1,85 .

-- القيمة المقربة للعدد $\frac{13}{7}$ إلى 0,01 بإفراط هي 1,86 .

الكتابة : $1,85\le\frac{13}{7}\le 1,86$ تسمى تأطيرا للعدد $\frac{13}{7}$.

❷ -- القيمة المقربة للعدد $-\frac{13}{7}$ إلى 0,01 بتفريط هي $-1,86$.

-- القيمة المقربة للعدد $-\frac{13}{7}$ إلى 0,01 بإفراط هي $-1,85$.

الكتابة : $-1,86\le-\frac{13}{7}\le-1,85$ تسمى تأطيرا للعدد $-\frac{13}{7}$.

3) – التأطير و العمليات :

* / مـثـال :

a و b عددان جذريان بحيث : $1\le a\le\frac{5}{2}$ و $-4\le b\le\frac{-3}{2}$.

لنؤطـر ما يلي: $a+b$ و $a-b$ و $-4a$ و $8b$ و $3a+2$ و $-2b-\frac{3}{4}$.

1 / تأطير $a+b$:

لدينا : $1 \le a \le \frac{5}{2}$ و $-4 \le b \le \frac{-3}{2}$ يعني أن : $1+(-4) \le a+b \le \frac{5}{2}+\left(\frac{-3}{2}\right)$

أي : $-3 \le a+b \le 1$

2 / تأطير $a-b$:

نضع : $a-b=a+(-b)$

لدينا : $1 \le a \le \frac{5}{2}$ و $\frac{3}{2} \le -b \le 4$ يعني أن : $1+\frac{3}{2} \le a+(-b) \le \frac{5}{2}+4$

أي : $\frac{3+2}{2} \le a-b \le \frac{5+8}{2}$

و بالتالي : $\frac{5}{2} \le a-b \le \frac{13}{2}$

3/ تأطير $-4a$:

لدينا : $1 \le a \le \frac{5}{2}$ يعني أن : $\frac{5}{2} \times (-4) \le a \times (-4) \le 1 \times (-4)$

أي : $-10 \le -4a \le -4$

4/ تأطير $8b$:

لدينا : $-4 \le b \le \frac{-3}{2}$ يعني أن : $-4 \times 8 \le b \times 8 \le \frac{-3}{2} \times 8$

أي : $-32 \le 8b \le -12$

5/ تأطير $3a+2$:

لدينا : $1 \le a \le \frac{5}{2}$ يعني أن : $3 \le 3a \le \frac{15}{2}$

و منه فإن : $3+2 \le 3a+2 \le \frac{15}{2}+2$

و بالتالي فإن : $5 \le 3a+2 \le \frac{19}{2}$

6/ تأطير $-2b-\frac{3}{4}$:

لدينا : $-4 \le b \le \frac{-3}{2}$ يعني أن : $\frac{-3}{2} \times (-2) \le -2b \le -4 \times (-2)$

أي : $3 \le -2b \le 8$

و منه فإن : $3-\frac{3}{4} \le -2b-\frac{3}{4} \le 8-\frac{3}{4}$

أي : $\frac{12-3}{4} \le -2b-\frac{3}{4} \le \frac{32-3}{4}$

و بالتالي فإن : $\frac{9}{4} \le -2b-\frac{3}{4} \le \frac{29}{4}$

II _ المتراجحات : (فقـرة إضافيـــــة).

1) – تعريف :

نسمي متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد كل كتابة شكـل :

$ax+b\leq c$ $\quad$ $ax+b\geq c$

$ax+b<c$ $\quad$ $ax+b>c$

2)– حـل متراجحة :

1) – حـل المتراجحة : $2x+1\leq 5$.

لدينا :

$$2x\leq 5-1$$
$$2x\leq 4$$
$$x\leq \frac{4}{2}$$
$$x\leq 2$$

إذن جميع الأعداد الجذرية الأصغر من أو تساوي 2 حلول لهذه المتراجحة .

2) – حـل المتراجحة : $2(3x-5)-3(x+1)\geq 0$.

لدينا :

$$6x-10-3x-3\geq 0$$
$$6x-3x\geq 10+3$$
$$3x\geq 13$$
$$x\geq \frac{13}{3}$$

ذن جميع الأعداد الجذرية الأكبر من أو تساوي $\frac{13}{3}$ هي حـول لهذه المتراجحة .

3) – حـل المتراجحة : $\frac{x+1}{2}-\frac{x-3}{3}>\frac{3x+5}{6}$.

لدينا :

$$3(x+1)-2(x-3)>3x+5$$
$$3x+3-2x+6>3x+5$$
$$3x-2x-3x>5-3-6$$
$$-2x>-4$$
$$x<\frac{-4}{-2}$$
$$x<2$$

إذن جميع الأعداد الجذرية الأصغر قطعا من 2 هي حلول لهذه المتراجحة .

4) – حـل المتراجحة : $2(3x-1)-4x \geq 2x+1$.

لدينا :

$$6x-2-4x \geq 2x+1$$
$$6x-4x-2x \geq 1+2$$
$$0x \geq 3$$

إذن هذه المتراجحة ليس لها حـل .

5) – حـل المتراجحة : $3x+5-2(x+2) > x-7$.

لدينا :

$$3x+5-2x-4 > x-7$$
$$3x-2x-x > -7-5+4$$
$$0x > -8$$

إذن جميع الأعداد الجذرية حلول لهذه المتراجحة .