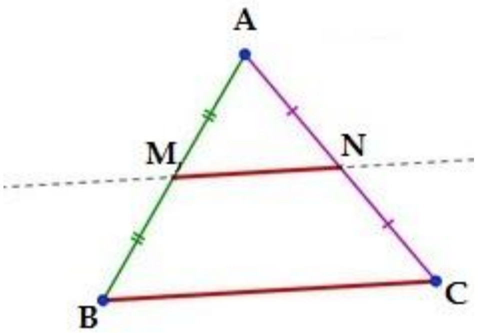
5 التوازي و منتصفات أضلاع مثلث

ذ: ياسني نورالدين

خاصية 1

المستقيم المار من منتصفي ضلعي مثلث يوازي حامل الضلع الثالث

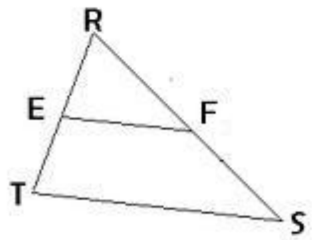


التفاصيل :

في المثلث ABC لدينا هي M منتصف الضلع [AB] و N هي منتصف الضلع [AC]

إذن : المستقيم (MN) يوازي (BC) نكتب : (MN) // (BC)

تطبيق للخاصية 1 :



RE=2 و RT=4 و RF=3 و RS=6

في الشكل جانبه لنبين أن : (EF) // (TS)

لدينا RT=4 و RE=2 إذن E منتصف القطعة [RT]

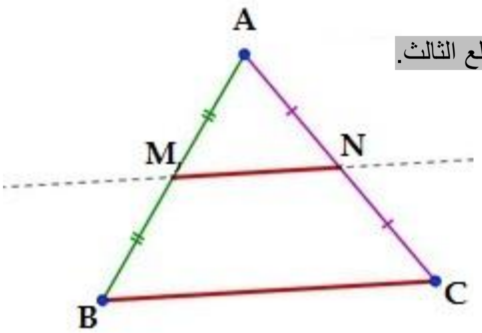
و RS=6 و RF=3 إذن F منتصف القطعة [RS]

ومنه المستقيم (EF) يمر من منتصفي ضلعي المثلث TSR

و حسب الخاصية 1 فإنه سيوازي (TS) أي (EF) // (TS) .

خاصية 2

طول القطعة التي تربط بين منتصفي ضلعي المثلث تساوي نصف طول الضلع الثالث.



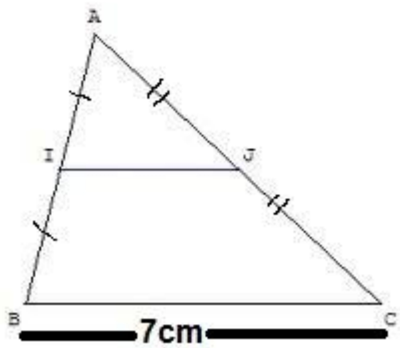
التفاصيل :

طول القطعة [MN] التي تربط بين منتصفي ضلعي المثلث ABC

تساوي نصف طول القطعة [BC] .

أي : $MN = \frac{1}{2}BC$ و كذلك : $BC = 2MN$.

تطبيق للخاصية 2 :



في الشكل جانبه لنحسب المسافة IJ .

بمأن I منتصف [AB] و J منتصف [AC]

فإنه حسب الخاصية 2 لدينا : $IJ = \frac{1}{2}BC$

إذن :

ذ: ياسني نورالدين

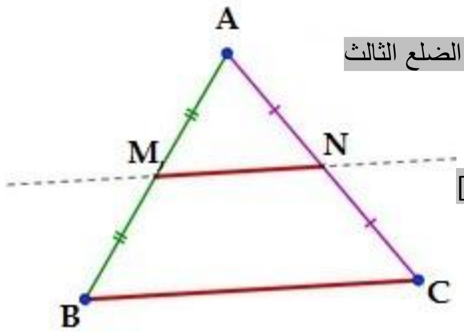
$$IJ = \frac{1}{2} BC$$

$$IJ = \frac{1}{2} \times 7cm$$

$$IJ = \frac{7}{2} cm$$

$$IJ = 3,5cm$$

خاصية 3 :



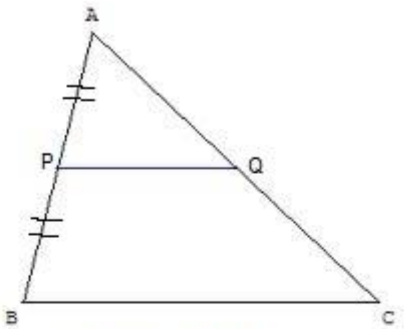
المستقيم المار من منتصف الضلع الأول لمثلث و يوازي الضلع الثاني سيمر من منتصف الضلع الثالث

التفاصيل :

في المثلث ABC المستقيم (MN) يمر من M منتصف الضلع [AB] و يوازي الضلع [BC]

إذن : (MN) سيمر من N منتصف الضلع [AC] .

تطبيق للخاصية 3 :



(PQ) // (BC)

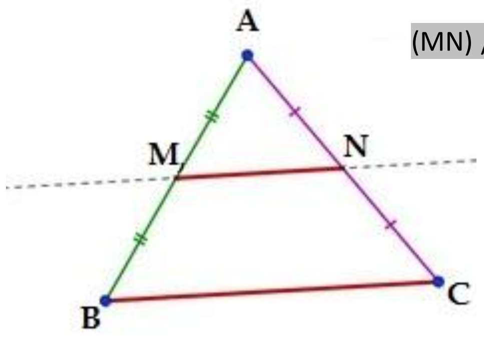
في الشكل جانبه لنبين أن : Q منتصف القطعة [AC]

بما أن المستقيم (PQ) يمر من P منتصف [AB] و (PQ) // (BC)

إذن حسب الخاصية 3 فإن المستقيم (PQ) يمر من Q منتصف [AC]

ومنه Q منتصف القطعة [AC]

خاصية 4 :



في كل مثلث ABC إذا كانت M نقطة من [AB] و N نقطة من [AC] بحيث: (MN) // (BC)

فإن : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ تمكننا هذه المتساويات من حساب أطوال الأضلاع .

يمكن أن نستخرج منها ثلاث متساويات : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

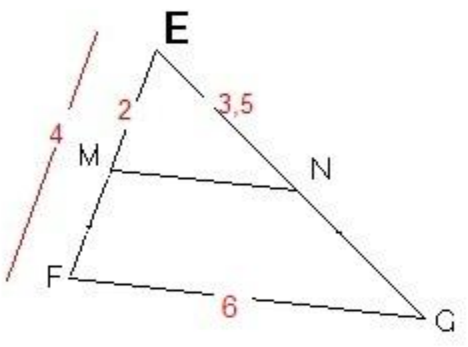
$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ و $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ و $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

المتساوية 1 — المتساوية 2 — المتساوية 3

تذكير : إذا كان لدينا : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (جداء الطرفين يساوي جداء الوسطين)

فإن : $a = \frac{b \times c}{d}$ و $b = \frac{a \times d}{c}$ و $c = \frac{a \times d}{b}$ و $d = \frac{b \times c}{a}$

ذ : ياسني نورالدين



تطبيق للخاصية 4 :

في الشكل جانبه : أحسب EG ثم MN

بما أن : (FG) // (MN) و M∈[EF] و N∈[EG]

فإن : $\frac{EM}{EF}=\frac{EN}{EG}=\frac{MN}{FG}$

لحساب EG سنستعمل المتساوية : $\frac{EM}{EF}=\frac{EN}{EG}$

يعني : $\frac{2}{4}=\frac{3,5}{EG}$ (نعوض كل ضلع بقيمته المعطات في الشكل)

يعني : $EG=\frac{4\times3,5}{2}=\frac{14}{2}=7$ أي : $EG=7$

لحساب MN سنستعمل المتساوية : $\frac{EM}{EF}=\frac{MN}{FG}$ أو $\frac{EN}{EG}=\frac{MN}{FG}$

- استعمال المتساوية الأولى : $\frac{EM}{EF}=\frac{MN}{FG}$ يعني : $\frac{2}{4}=\frac{MN}{6}$ يعني : $MN=\frac{6\times2}{4}=\frac{12}{4}=3$

- استعمال المتساوية الثانية : $\frac{EN}{EG}=\frac{MN}{FG}$ يعني : $\frac{3,5}{7}=\frac{MN}{6}$ يعني : $MN=\frac{6\times3,5}{7}=\frac{21}{7}=3$

النتيجة في الحالتين معا هي : $MN=3$

ملاحظة : لحساب أي ضلع يجب تحديد المتساوية المناسبة أي التي تكون الأطوال الثلاثة الأخرى فيها معطات

دور كل خاصية من الخصائص الأربعة

1- الخاصية 1 : تمكن من البرهان على توازي مستقيمين

2- الخاصية 2 : تمكن من حساب طول القطعة التي تربط منتصفي ضلعي مثلث أو حساب طول الضلع الثالث لمثلث

3- الخاصية 3 : تمكن من البرهان على أن نقطة هي منتصف ضلع مثلث أو البرهان أن مستقيما يمر من منتصف ضلع مثلث

4- الخاصية 4 : تمكن من حساب الأطوال الغير المعطات

ذ : ياسني نورالدين