الدرس ②: المثلث القائم الزاوية والدائرة.

I- خاصية منتصف وتر مثلث قائم الزاوية:

1) الخاصية المباشرة:

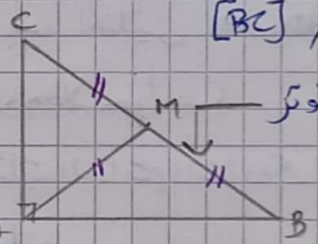
أ- خاصية ①:

إذا كان مثلث قائم الزاوية، فإن منتصف وتره يبعد بنفس المسافة عن رؤوسه.
بتعبير آخر: إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A و M منتصف [BC] فإن:

$$\boxed{MA = MB = MC}$$

ب- الشكل الهندسي:

ABC مثلث قائم الزاوية في A
و M منتصف الوتر [BC]

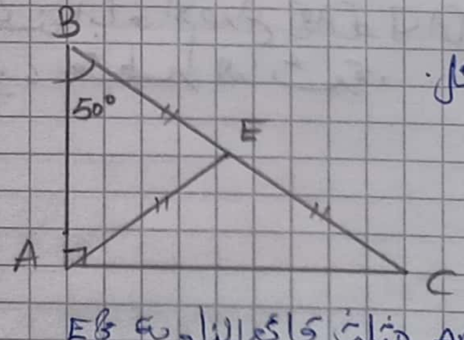


إذن $MA = MB = MC$

ج- تمرين تطبيقي:

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث: $A\hat{B}C = 50°$
و E منتصف [BC]
1) ارسم شكلا مناسبا
2) ما هي طبيعة المثلث AEB؟ علل جوابك
3) استنتج قياس الزاوية $E\hat{A}B$

الحل:
1) الشكل:



2) لدينا
* ABC مثلث قائم الزاوية في E
* E منتصف الوتر [BC]

إذن حسب الخاصية المباشرة ① فإن:

$EA = EB = EC$

إذن: $EA = EB$

ومنه فإن المثلث AEB متساوي الساقين في E

3) نعلم أن المثلث AEB متساوي الساقين في E

إذن: $E\hat{A}B = E\hat{B}A$

وبما أن $E\hat{B}A = 50°$ فإن: $\boxed{E\hat{A}B = 50°}$

2) الخاصية العكسية:

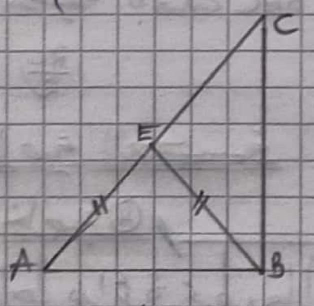
أ- خاصية ②:

إذا كان منتصف أحد أضلاع مثلث يبعد بنفس المسافة عن رؤوسه، فإن هذا المثلث قائم الزاوية في الرأس المقابل لهذا الضلع.
بتعبير آخر: ABC مثلث و M منتصف [BC]
إذا كان $MA = MB = MC$
فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A

ب- تمرين تطبيقي:

AEB مثلث متساوي الساقين في E
و C مماثلة A بالنسبة للنقطة E.
1) أنشئ شكلا مناسبا
2) أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية.

الحل:
1)



2) لدينا المثلث AEB متساوي الساقين في E
إذن: $EA = EB$ ①
ولدينا C مماثلة A بالنسبة للنقطة E
إذن E منتصف [AC]
أي أن: $EA = EC$ ②
من ① و ② نستنتج أن: $EA = EB = EC$

لدينا في المثلث ABC { E منتصف [AC] و EA = EB = EC }

إذن حسب الخاصية العكسية ② فإن المثلث ABC قائم الزاوية في B

II- المثلث القائم الزاوية والدائرة:

1) الخاصية المباشرة:

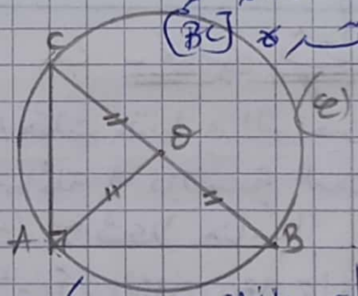
أ- خاصية ③:

إذا كان مثلث قائم الزاوية فإن منتصف وتره هو مركز الدائرة المحيطة به والتي شعاعها هو نصف طول وتره

بتعبير آخر: إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A و O منتصف وتره [BC] فإن: O هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC والتي شعاعها $\frac{BC}{2}$

ب- الشكل الهندسي.

ABC مثلث قائم الزاوية في A و O منتصف وتره [BC]



الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC مركزها O وشعاعها $\frac{BC}{2}$

2) الخاصية العكسية

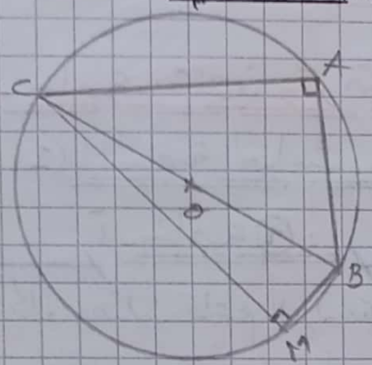
أ- خاصية ④:

كل مثلث محاط بدائرة قطرها أحد أضلاعه قائم الزاوية ووتره هو هذا القطر.

بتعبير آخر: A، B و C ثلاث نقط من دائرة بحيث [BC] قطر لها، إذن المثلث ABC قائم الزاوية في A

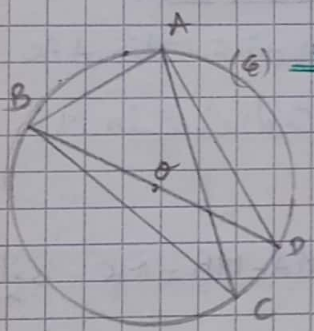
ب- الشكل الهندسي:

(C) دائرة مركزها O



* المثلث ABC قائم الزاوية في A لأن [BC] قطر للدائرة (C)
* المثلث BCM قائم الزاوية في M لأن [BC] قطر للدائرة (C)
* المثلث AMC ليس قائم الزاوية لأن أيا من أضلاعه ليس قطرا للدائرة.

3) تمرين تطبيقي:



من بين المثلثين ABC و ABD حدد معللا جوابك المثلث القائم الزاوية.

الحل:

* النقط A و B و D تنتمي لنفس الدائرة (C) و [BD] قطر لها

إذن حسب الخاصية العكسية ④ فإن المثلث ABD قائم الزاوية في A

* المثلث ABC غير قائم الزاوية، رغم كون A و B و C تنتمي لنفس الدائرة (C) لكن أيا من الأضلاع [AB] و [AC] و [BC] ليس قطرا للدائرة.