تصحيح الفرض المحروس رقم 4

A

تمرين1: (3ن) (1.5ن +1.5ن)

$\log$ هو دالة اللوغاريتم العشري و علما أن $\log 2 \simeq 0,3$ و $\log 11 \simeq 1,1$

أحسب : $\log 22$ و $\log\left(\frac{2}{11}\right)$ و $\log 11000$

الأجوبة :

$$\log(22)=\log(2\times 11)=\log(2)+\log(11)\simeq 0,3+1,1\simeq 1,4$$

$$\log\left(\frac{2}{11}\right)=\log(2)-\log(11)\simeq 0,3-1,1\simeq -0,8$$

$$\log(3000)=\log(3\times 1000)=\log(3)+\log(1000)\simeq 0,5+\log\left(10^3\right)$$

$$\log(11000)=\log(11\times 1000)=\log(11)+\log(1000)=\log(11)+\log\left(10^3\right)$$

$$\log(11000)\simeq 1,1+3\log(10)\simeq 1,1+3\times 1\simeq 4,1$$

تمرين2: (6ن):(1,5ن لكل سؤال)

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{2-x}\times e^{2x}=e$ 2) $e^{6x-4}=\frac{1}{e^{2x-1}}$ 3) $\frac{e^{6x-4}}{e^{2x-1}}=e^{2x-1}$

4) $\left(e^x-2\right)\left(e^x+3\right)=0$

الأجوبة :

1) $e^{2-x}\times e^{2x}=e \Leftrightarrow e^{2-x+2x}=e^1$

$\Leftrightarrow e^{2+x}=e^1 \Leftrightarrow 2+x=1 \Leftrightarrow x=-1$ ومنه : $S=\{-1\}$

2) $e^{6x-4}=\frac{1}{e^{2x-1}} \Leftrightarrow e^{6x-4}=e^{-(2x-1)}$

$\Leftrightarrow e^{6x-4}=e^{-2x+1} \Leftrightarrow 6x-4=-2x+1 \Leftrightarrow 8x=5$

$\Leftrightarrow x=\frac{5}{8}$ ومنه : $S=\left\{\frac{5}{8}\right\}$

3) $\frac{e^{6x-4}}{e^{2x-1}}=e^{2x-1} \Leftrightarrow e^{(6x-4)-(2x-1)}=e^{2x-1}$

$(6x-4)-(2x-1)=2x-1 \Leftrightarrow 6x-4-2x+1=2x-1$

$\Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=1$ ومنه : $S=\{1\}$

4) $\left(e^x-2\right)\left(e^x+3\right)=0 \Leftrightarrow e^x-2=0$ أو $e^x+3=0$

يعني $e^x=-3$ أو $e^x=2$ ونعلم أن: $e^x>0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

ومنه المعادلة $e^x=-3$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$e^x=2$ تعني $x=\ln 2$ وبالتالي : $S=\{\ln 2\}$

تمرين3: (3ن) (1,5ن+1,5ن)

أحسب النهايات التالية : 1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^x-2}{e^x-4}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2e^x+1}{6e^x-2}$

الأجوبة : 1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^x-2}{e^x-4}=\frac{0-2}{0-4}=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2}$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2e^x+1}{6e^x-2}=\frac{+\infty}{+\infty}$ ش غ م

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2e^x+1}{6e^x-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(2+\frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(6-\frac{2}{e^x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2+\frac{1}{e^x}}{6-\frac{2}{e^x}}=\frac{2-0}{6-0}=\frac{1}{3}$$

لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ أي $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0$

تمرين4: (2,5ن)

أحسب مشتقة الدالة المعرفة كالتالي : $g(x)=\frac{e^x-2}{e^x-1}$

الأجوبة :

نستعمل الخاصية التالية : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{(u)'\times(v)-(u)\times(v)'}{(v)^2}$

$$g'(x)=\left(\frac{e^x-2}{e^x-1}\right)'=\frac{\left(e^x-2\right)'\times\left(e^x-1\right)-\left(e^x-2\right)\times\left(e^x-1\right)'}{\left(e^x-1\right)^2}$$

$$g'(x)=\frac{e^x\times\left(e^x-1\right)-\left(e^x-2\right)\times e^x}{\left(e^x-1\right)^2}=\frac{e^x\times e^x-e^x-e^x\times e^x+2e^x}{\left(e^x-1\right)^2}=\frac{e^x}{\left(e^x-1\right)^2}$$

تمرين5: (6ن) (0,5ن+0,5ن+0,5ن+0,5ن+1ن+0,5ن+0,5ن+0,5ن+1,5ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x)=e^x+3x$

1) حدد D_f 2) أحسب $f(0)$ و $f(1)$ (أعط قيمة مقربة للنتائج)

3) أحسب $f'(x)$ و وبين أن الدالة f تزايدية قطعا على D_f

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ 5) حدد جدول تغيرات الدالة f

الأجوبة :

1) $D_f=\mathbb{R}$ 2) $f(0)=e^0+3\times 0=1+0=1$

$f(1)=e^1+3\times 1=e+3\simeq 2,7+3\simeq 5,7$

3) $f'(x)=\left(e^x+3x\right)'=\left(e^x\right)'+(3x)'=e^x+3>0$

لأن: $(\forall x\in\mathbb{R})\, e^x>0$ ومنه f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}e^x+3x=0+3(-\infty)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}e^x+3x=+\infty+3(+\infty)=+\infty$

5) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$