

تصحيح الفرض المحروس رقم B I

تمارين:2: (7ن) 1 لكل سؤال

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n^2 + 4n^3 + 3 \quad \text{أحسب النهايات التالية (1):}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^4 + 3n - 5}{n^2 - 2} \quad (3) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 - 2n + 3}{n^4 - 1} \quad (2)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} - 5 \right) \left(\frac{3}{\sqrt{n}} - 2 \right) \quad (5) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^2 + 4n - 2}{n^2 + 3} \quad (4)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n - 6^n \quad (6)$$

الأجوبة:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n^2 + 4n^3 + 3 = \lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^3 = +\infty \quad (1)$$

(2)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 - 2n + 3}{n^4 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2}{n^4} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2}{n^{2+2}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2}{n^2 \times n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{n^2} = 0$$

(3)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^4 + 3n - 5}{n^2 - 2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^4}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 \times n^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^2 + 4n - 2}{n^2 + 3} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^2}{n^2} = 5 \quad (4)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} - 5 \right) \left(\frac{3}{\sqrt{n}} - 2 \right) \quad (5)$$

$$\text{نعلم أن : } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0 \text{ و } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{n}} = 0 \text{ ومنه :}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} - 5 \right) \left(\frac{3}{\sqrt{n}} - 2 \right) = (0 - 5)(0 - 2) = 10$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n - 6^n = +\infty - \infty \quad \text{ش غ م (6)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n - 6^n = 4^n \left(1 - \frac{6^n}{4^n} \right) = 4^n \left(1 - \left(\frac{6}{4} \right)^n \right)$$

$$\text{لدينا : } \lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n = +\infty \text{ لأن : } 4 > 1$$

$$\text{ولدينا : } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{6}{4} \right)^n = +\infty \text{ لأن : } \frac{6}{4} = \frac{3}{2} > 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n - 6^n = 6^n \left(1 - \left(\frac{6}{4} \right)^n \right) = +\infty (1 - \infty) = -\infty \text{ ومنه :}$$

تمارين:1: (13ن) 1 (2ن 3ن 4ن 5ن 2ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي $U_{n+1} = 3U_n + 6$ $U_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N}$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفةكالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 3$ 1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1 2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ واستنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3

وحدد حدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n 4. استنتج u_n بدلالة n 5. أحسب النهايات التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ **الأجوبة:**

(1) نعوض بـ 0 فنجد:

$$u_1 = 9 \quad \text{اذن : } u_{0+1} = 3u_0 + 6 = 3 \times 1 + 6 = 3 + 6 = 9$$

نعوض بـ 1 فنجد :

$$u_2 = 10 \quad \text{اذن : } u_{1+1} = 3u_1 + 6 = 3 \times 9 + 6 = 33$$

نعوض بـ 0 فنجد :

$$v_0 = u_0 + 3 = 1 + 3 = 4$$

نعوض بـ 1 فنجد :

$$v_1 = u_1 + 3 = 9 + 3 = 12$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 3}{u_n + 3} = \frac{3u_n + 6 + 3}{u_n + 3} = \frac{3u_n + 9}{u_n + 3} = \frac{3(u_n + 3)}{u_n + 3} = 3 = q \quad (2)$$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول $v_0 = 4$ (3) كتابة v_n بدلالة n :بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول $v_0 = 4$

$$\text{فان : } v_n = 4 \times (3)^n$$

(4) استنتاج u_n بدلالة n

$$\text{لدينا : } v_n = u_n + 3 \quad \text{اذن : } v_n - 3 = u_n \quad \text{أي : } u_n = 4 \times 3^n - 3$$

(5) حساب النهايات التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 4 \times 3^n = +\infty$$

$$\text{لأن : } \lim_{n \rightarrow +\infty} (3)^n = +\infty \quad \text{و } a = 3 > 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 4 \times 3^n - 3 = +\infty$$