

تصحيح الفرض المحروس رقم 3 A**تمرين 2: (12ن) 1ن لكل سؤال**نعتبر الدالة g المعرفة ب: $g(x) = \ln x + 1$ 1. حدد مجموعة تعريف الدالة g 2. علما أن: $\ln(2) \approx 0,7$ و $\ln(3) \approx 1,1$ أحسب $g(1)$ و $g(4)$ و $g(6)$ و $g\left(\frac{1}{3}\right)$ و $g(e)$ و $g(e^2)$ و $g\left(\frac{1}{e}\right)$ 3. أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$ وأدرس اشارتها4. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ **الأجوبة:**1) مجموعة تعريف الدالة g هي $]0, +\infty[$

$$g(1) = \ln(1) + 1 = 0 + 1 = 1 \quad (2)$$

$$g(4) = \ln(4) + 1 = \ln(2^2) + 1 = 2\ln(2) + 1 \approx 2 \times 0,7 + 1 = 1,4 + 1 \approx 2,4$$

$$g(6) = \ln(6) + 1 = \ln(2 \times 3) + 1 = \ln(2) + \ln(3) + 1 = 0,7 + 1,1 + 1 \approx 1,8 + 1 \approx 1,8$$

$$g\left(\frac{1}{3}\right) = \ln\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = -\ln 3 + 1 \approx -1,1 + 1 = -0,1$$

$$g(e) = \ln(e) + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$g(e^2) = \ln e^2 - 1 = 2\ln e - 1 = 2 \times 1 - 1 = 1$$

$$g\left(\frac{1}{e}\right) = \ln\left(\frac{1}{e}\right) + 1 = -\ln e + 1 = -1 + 1 = 0$$

حساب $g'(x)$:

$$g'(x) = (\ln(x) + 1)' = (\ln(x))' + (1)' = \frac{1}{x} > 0 \quad (3)$$

لأن x موجب قطعاً.4) حساب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$:لدينا $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$ إذن $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$ حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$: لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$ إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

(5)

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

تمرين 1: (8ن) 1ن لكل سؤالنعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$ 1. حدد حيز تعريف الدالة f .2. أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 3. أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

4. املأ الجدول التالي:

x	-1	0	2	3	4	5	6
$f(x)$							

(1) **الأجوبة:**1) حيز تعريف الدالة f هو: $D = \{x \in \mathbb{R} / x - 3 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{3\}$ و منه $D =]-\infty, 3[\cup]3, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \quad \text{و}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1}{x-3} = +\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 3^-} x - 3 = 0^+$ و $\lim_{x \rightarrow 3^-} 2x - 1 = 5$ حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$x-3$	-	0	+

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1}{x-3} = -\infty \quad \text{و}$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 3^+} x - 3 = 0^-$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} 2x - 1 = 5$

(3)

$$f'(x) = \left(\frac{2x-1}{x-3}\right)' = \frac{(2x-1)' \times (x-3) - (2x-1) \times (x-3)'}{(x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \times (x-3) - (2x-1) \times 1}{(x-3)^2} = \frac{(2x-6) - (2x-1)}{(x-3)^2} = \frac{-5}{(x-3)^2}$$

يعني: $(\forall x \in D) f'(x) < 0$

جدول تغيرات الدالة:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2	$-\infty$	2

(4)

x	-1	0	2	3	4	5	6
$f(x)$	3/4	1/3	-3		7	9/2	11/3