

تصحيح الفرض المحروس رقم A I

تمارين:2: (7ن) 1 لكل سؤال

أحسب النهايات التالية (1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^2 - 8n^3 + 1$

(2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^4 + 2n - 1}{n^2 - 4}$ (3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2 - n + 7}{n^5 - 2}$

(4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2 + 5n - 8}{n^2 + 1}$ (5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} - 3 \right) \left(\frac{2}{\sqrt{n}} - 4 \right)$

(6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5^n - 7^n$

الأجوبة:

(1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^2 - 8n^3 + 1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} -8n^3 = -\infty$

(2)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2 - n + 7}{n^5 - 2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2}{n^5} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2}{n^{2+3}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2}{n^2 \times n^3} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6}{n^3} = 0$$

(3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^4 + 2n - 1}{n^2 - 4} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^4}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 \times n^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^2 = +\infty$

(4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2 + 5n - 8}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2}{n^2} = 6$

(5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} - 3 \right) \left(\frac{2}{\sqrt{n}} - 4 \right)$

نعلم أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{n}} = 0$ ومنه:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} - 3 \right) \left(\frac{2}{\sqrt{n}} - 4 \right) = (0 - 3)(0 - 4) = 12$$

(6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5^n - 7^n = +\infty - \infty$ ش غ م

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 5^n - 7^n = 5^n \left(1 - \frac{7^n}{5^n} \right) = 5^n \left(1 - \left(\frac{7}{5} \right)^n \right)$$

لدينا: $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5^n = +\infty$ لأن: $5 > 1$

ولدينا: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{7}{5} \right)^n = +\infty$ لأن: $\frac{7}{5} > 1$

ومنه: $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5^n - 7^n = 5^n \left(1 - \left(\frac{7}{5} \right)^n \right) = +\infty (1 - \infty) = -\infty$

تمارين:1: (13ن) 1(4 2 3 2 3 2 4 5) 2

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي $U_{n+1} = 2U_n + 2$ و $\forall n \in \mathbb{N}$ و $U_0 = 5$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفةكالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 2$ 1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1 2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ واستنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2

وحدد حدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n 4. استنتج u_n بدلالة n 5. أحسب النهايات التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

الأجوبة:

(1) نعوض بـ 0 فنجد:

$$u_1 = 12 : \text{اذن } u_{0+1} = 2 \times u_0 + 2 = 2 \times 5 + 2 = 10 + 2 = 12$$

نعوض بـ 1 فنجد:

$$u_2 = 26 : \text{اذن } u_{1+1} = 2 \times u_1 + 2 = 2 \times 12 + 2 = 26$$

نعوض بـ 0 فنجد: $v_0 = u_0 + 2 = 5 + 2 = 7$

نعوض بـ 1 فنجد: $v_1 = u_1 + 2 = 12 + 2 = 14$

(2) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 2}{u_n + 2} = \frac{2u_n + 2 + 2}{u_n + 2} = \frac{2u_n + 4}{u_n + 2} = \frac{2(u_n + 2)}{u_n + 2} = 2 = q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 2$ وحدها الأول $v_0 = 7$ (3) كتابة v_n بدلالة n :بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 2$ وحدها الأول $v_0 = 7$

فان: $v_n = 7 \times (2)^n = 2^n$

(4) استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n = u_n + 2$ اذن: $v_n - 2 = u_n$ أي: $u_n = 7 \times 2^n - 2$

(5) حساب النهايات التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 7 \times 2^n = +\infty$$

لأن: $a = 2 > 1$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2)^n = +\infty$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 7 \times 2^n - 2 = +\infty$$