مستوى : الثاني من سلك البكالوريا   الشعبة: الآداب و العلوم الإنسانية   الأستاذ: عثماني نجيب

تصحيح الفرض المحروس رقم 4

B

تمرين1: (3ن) (1.5ن +1.5ن)

$\log$ هو دالة اللوغاريتم العشري و علما أن : $\log 3 \simeq 0,5$ و $\log 7 \simeq 0,8$ أحسب: $\log 21$ و $\log\left(\frac{3}{7}\right)$ و $\log 70000$

الأجوبة : $\log(21)=\log(3\times7)=\log(3)+\log(7)\simeq 0,5+0,8\simeq 1,3$

$$\log\left(\frac{3}{7}\right)=\log(3)-\log(7)\simeq 0,5-0,8\simeq -0,3$$

$$\log(70000)=\log(7\times10000)=\log(7)+\log(10000)=\log(7)+\log\left(10^4\right)$$

$$\log(70000)\simeq 0,8+4\log(10)\simeq 0,8+4\times1\simeq 4,8$$

تمرين2: (6ن): (1,5ن لكل سؤال)

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{1-x}\times e^{2x}=e$ 2) $e^{5x-3}=\frac{1}{e^{x-2}}$ 3) $\frac{e^{7x-3}}{e^{x-1}}=e^{3x-5}$

4) $\left(e^x+3\right)\left(e^x-5\right)=0$

الأجوبة :

1) $e^{1-x+2x}=e^1 \Leftrightarrow e^{1-x}\times e^{2x}=e$

$\Leftrightarrow e^{1+x}=e^1 \Leftrightarrow 1+x=1 \Leftrightarrow x=0$ ومنه : $S=\{0\}$

2) $e^{5x-3}=e^{-(x-2)} \Leftrightarrow e^{5x-3}=\frac{1}{e^{x-2}}$

$\Leftrightarrow e^{5x-3}=e^{-x+2} \Leftrightarrow 5x-3=-x+2 \Leftrightarrow 6x=5$

$\Leftrightarrow x=\frac{5}{6}$ ومنه : $S=\left\{\frac{5}{6}\right\}$

3) $e^{(7x-3)-(x-1)}=e^{3x-5} \Leftrightarrow \frac{e^{7x-3}}{e^{x-1}}=e^{3x-5}$

$7x-3-x+1=3x-5 \Leftrightarrow (7x-3)-(x-1)=3x-5$

$\Leftrightarrow 3x=-3 \Leftrightarrow x=-1$ ومنه : $S=\{-1\}$

4) $\left(e^x+3\right)\left(e^x-5\right)=0 \Leftrightarrow e^x-5=0$ أو $e^x+3=0$

يعني $e^x=-3$ أو $e^x=5$ ونعلم أن: $e^x>0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

ومنه المعادلة $e^x=-3$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$e^x=5$ تعني $x=\ln 5$ وبالتالي : $S=\{\ln 5\}$

تمرين3: (3ن) (1,5ن+1,5ن)

أحسب النهايات التالية : 1) $\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x-5}{e^x+10}$ 2) $\lim_{x\to+\infty}\frac{3e^x-3}{12e^x+2}$

الأجوبة : 1) $\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x-5}{e^x+10}=\frac{0-5}{0+10}=\frac{-5}{10}=-\frac{1}{2}$ لأن: $\lim_{x\to-\infty}e^x=0$

3) $\lim_{x\to+\infty}\frac{3e^x-3}{12e^x+2}=\frac{+\infty}{+\infty}$ ش غ م لأن: $\lim_{x\to+\infty}e^x=+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3e^x-3}{12e^x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(3-\frac{3}{e^x}\right)}{e^x\left(12+\frac{2}{e^x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3-\frac{3}{e^x}}{12+\frac{2}{e^x}}=\frac{3-0}{12+0}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

لأن:. $\lim_{x\to+\infty}\frac{3}{e^x}=0$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{e^x}=0$

تمرين4: (2,5ن)

أحسب مشتقة الدالة المعرفة كالتالي : $g(x)=\frac{e^x-4}{e^x-2}$

الأجوبة :

نستعمل الخاصية التالية : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{(u)'\times(v)-(u)\times(v)'}{(v)^2}$

$$g'(x)=\left(\frac{e^x-4}{e^x-2}\right)'=\frac{\left(e^x-4\right)'\times\left(e^x-2\right)-\left(e^x-4\right)\times\left(e^x-2\right)'}{\left(e^x-2\right)^2}$$

$$g'(x)=\frac{e^x\times\left(e^x-2\right)-\left(e^x-4\right)\times e^x}{\left(e^x-2\right)^2}=\frac{e^x\times e^x-2e^x-e^x\times e^x+4e^x}{\left(e^x-2\right)^2}=\frac{2e^x}{\left(e^x-2\right)^2}$$

تمرين5: (6ن) (0,5ن+0,5ن+0,5ن+1ن+0,5ن+0,5ن+0,5ن+1,5ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x)=e^x+2x$

1) حدد D_f 2) أحسب $f(0)$ و $f(1)$ (أعط قيمة مقربة للنتائج)

3) أحسب $f'(x)$ و وبين أن الدالة f تزايدية قطعا على D_f

4) أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ 5) حدد جدول تغيرات الدالة f

الأجوبة :

1) $D_f=\mathbb{R}$ 2) $f(0)=e^0+2\times0=1+0=1$

$f(1)=e^1+2\times1=e+2\simeq 2,7+2\simeq 4,7$

3) $f'(x)=\left(e^x+2x\right)'=\left(e^x\right)'+(2x)'=e^x+2>0$

لأن: $(\forall x\in\mathbb{R})\, e^x>0$ ومنه f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

4) أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}e^x+2x=0+2(-\infty)=-\infty$

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}e^x+2x=+\infty+2(+\infty)=+\infty$

5) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$ $\quad\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$