Exercice 1 : Déterminer les fonctions primitives des fonctions suivantes:

$a(x)=x^5-3x^4+3x^3-6x^2+8x-1$

$b(x)=15x^3\left(5x^4-3\right)^5$; $c(x)=(3x-2)^7+7$

$d(x)=(6x+5)\left(3x^2+5x-7\right)^3$

$e(x)=\dfrac{x-1}{\left(x^2-2x\right)^3}$; $f(x)=(x+2)\sqrt{x^2+4x+5}$

Exercice 2 : Déterminer les fonctions primitives des fonctions suivantes :

$f(x)=\dfrac{2}{5}x\sqrt{x}$; $g(x)=\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}$

Exercice 3 :

On considère la fonction g définie par

$$g(x)=\frac{x^3+2x^2+x+2}{(x+1)^2}$$

Déterminer les deux réels a et b tels que

$$g(x)=ax+\frac{b}{(x+1)^2}$$

Déterminer les fonctions primitives de la fonction g

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x)=\dfrac{x}{\left(x^2+1\right)^2}$

1. Déterminer toutes les primitives de la fonction f sur $\mathbb{R}$
2. Déterminer la primitive F de la fonction f qui vérifie $F(1)=2$

Exercice 5 : Soit f la fonction définie sur $]-1;1[$ par

$$f(x)=\frac{x^2+1}{\left(x^2-1\right)^2}$$

a. Déterminer deux réels a et b tels que

$$f(x)=\frac{ax}{\left(x^2-1\right)^2}-\frac{b}{(x-1)^2}$$

b. En déduire toutes les primitives de f sur $]-1;1[$

c. Déterminer la primitive F de la fonction f qui vérifie $F(0)=1$

Exercice 6 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x)=x^2(x-1)^{2018}$$

1. Déterminer a, b et c tels que :
   $x^2=a(x-1)^2+b(x-1)+c$
2. En déduire les fonctions primitives de f

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie sur $I=]0;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{x^4-x^3+2x^2+1}{x^2\left(x^2+1\right)^2}$$

1. Montrer que f admet des fonctions primitives sur I
2. Déterminer deux réels a et b tels que pour tout x de I
3. On a $f(x)=\dfrac{ax}{\left(x^2+1\right)^2}+\dfrac{b}{x^2}$
4. En déduire les fonctions primitives de f sur I
5. Déterminer la fonction primitive de f sur I qui prend la valeur $\dfrac{5}{2}$ au point $\dfrac{1}{2}$

Exercice 8 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=|x|+|x-1|$

Déterminer les fonctions primitives de f sur $\mathbb{R}$

Déterminer la fonction primitive F de la fonction f telle que $F(-1)=1$

Exercice 9 : On considère la fonction f définie sur $I=]0;+\infty[$ par: $f(x)=x^2+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

Déterminer la fonction primitive F de la fonction f sur I, telle que la courbe de F admet au point d'abscisse 1 une tangente qui passe par le point $A(2;3)$

Exercice 10 : Une entreprise fabrique k unités (en millier) d'un produit A tel que $k\in[0;15]$

Le cout marginal de ce produit est

$C_m(k)=3k^2-36k+50$ en dirhams

1. Déterminer le cout total $C(k)$ sachant que le cout fixe est $C(o)=200$ dh

On définit le cout moyen par $C_M(k)=\dfrac{C(k)}{k}$ tel que $k\in]0;15]$

2. Exprimer $C_M(k)$ en fonction de k et montrer que
   $$C'_M(k)=\frac{2(k-10)\left(k^2+k+10\right)}{k^2}$$
3. Dresser le tableau de variation de C_M
4. Quel est le nombre d'unité qu'il faut produire pour que le cout moyen soit minimal
5. Calculer le cout moyen minimal et le cout marginal associé