Groupe scolaire nisse

امتحان تجريبي - دورة أبريل 2010 -

الشعبة : علوم اقتصادية
المادة : الرياضيات
المعامل : 4 - مدة الإنجاز: ساعتان

## التمرين الأول : (5ن)

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ ولكل $n$ من $\mathbb{N}$ : $u_{n+1} = \frac{5u_n}{3u_n+5}$

1) أ- بين بالترجع أن : $0 < u_n \leq 1$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$ — 1

ب - ادرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واستنتج أنها متقاربة — 1

2) نضع لكل $n$ من $\mathbb{N}$ : $v_n = \frac{5}{u_n}$

أ- بين أن لكل $n$ من $\mathbb{N}$ $v_{n+1} - v_n = 3$ واستنتج طبيعة المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ — 1

ب - اكتب $v_n$ بدلالة $n$ واستنتج أن $u_n = \frac{5}{3u_n+5}$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ — 1

ج - بين أن لكل $n$ من $\mathbb{N}$ : $\frac{5}{u_0} + \frac{5}{u_1} + \dots + \frac{5}{u_n} = \frac{(n+1)(3n+10)}{2}$ — 1

## التمرين الثاني : (5ن)

1) احسب التكاملات التالية :

$I = \int_0^{\ln 4} \left(\frac{1}{e^x} - \frac{1}{e^{2x}}\right) dx$ ; $J = \int_{-1}^{0} (2x+3)(x^2+3x+1)^{2009} dx$ ; $K = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$ ; $L = \int_1^2 (2x+1)e^{x^2+x} dx$ — 4×0,75

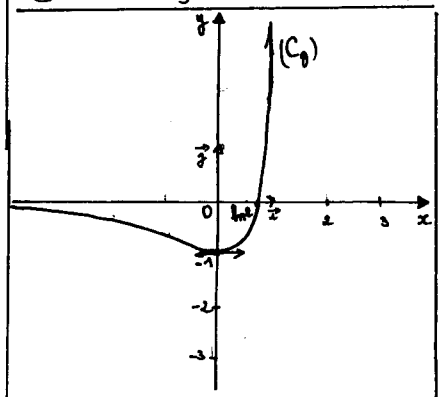
2) أ- تحقق أن لكل $x$ من $\mathbb{R}-\{-1\}$ لدينا : $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$. — 0,25

ب - استنتج أن : $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx = \ln 2 - \frac{1}{2}$ — 0,75

ج - باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_0^1 x\ln(x+1) dx = \frac{1}{4}$ — 1

## مسألة : ( 10ن)

I - لتكن $g$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و $(C_g)$ تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الشكل جانبه)




1) أحسب : $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ ; $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ; $\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$ — 0,75

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين : $g'(x) \leq 0$ ; $g(x) > 0$ — 1

3) نفترض أن : $g(x) = ae^{2x} + be^x + c$ بحيث $a$ و $b$ و $c$ أعداد حقيقية.

أ- تحقق أن : $c = \lim_{x\to-\infty} g(x)$ واستنتج (من السؤال 1) أن : $c = 0$. — 0,5



الشعبة : علوم اقتصادية
المادة : الرياضيات
المعامل : 4 - مدة الإنجاز: ساعتان

امتحان تجريبي - دورة أبريل 2010 -

Groupe scolaire nisse

ب - باستعمال النقطتين $A(0,-1)$ و $B(\ln 2, 0)$ (من المنحنى $(C_g)$)، بين أن $a = 1$ و $b = -2$ واستنتج تحببراً لـ $g(x)$. — 0,75

4) أ- بين أن : $\int_0^{\ln 2} (e^{2x} - 2e^x) dx = -\frac{1}{2}$ — 0,75

ب - استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى $(C_g)$ ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x = 0$ ; $x = \ln 2$ — 0,25

II - لتكن $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة بما يلي : $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x)$

ولتكن $(\mathcal{C})$ منحناها المثل في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1- أ- بين أن الدالة $f$ معرفة على المجال $I = ]\ln 2, +\infty[$ . — 0,5

ب - احسب $\lim_{\substack{x\to\ln 2 \\ x>\ln 2}} f(x)$ وأول مبيانيا النتيجة. — 1

2- أ- تحقق أن لكل $x$ من $I$ : $e^{2x} - 2e^x = e^{2x}(1 - \frac{2}{e^x})$ واستنتج أن : $f(x) = 2x + \ln(1 - \frac{2}{e^x})$ — 1

ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ — 0,5

ب - بين أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته : $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C})$ بجوار $+\infty$

3- أ- بين أن : $(\forall x \in I)$ $f'(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - 2}$ — 0,5

ب - استنتج أن الدالة $f$ تزايدية قطعا على $I$ ثم ضع جدول تغيرات $f$ على $I$ — 0,75

ج - احسب $f(0,8)$ و $f(0,9)$ واستنتج أن المنحنى $(\mathcal{C})$ يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها $\alpha$ بحيث : $0,8 < \alpha < 0,9$ . — 0,75

د - ارسم منحنى الدالة $f$ (نأخذ $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$) — 1