

Exercice 01 : 4,5 points

Soit la suite U_n définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = \frac{2u_n-9}{u_n-4} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- 1) Calculer U_1 et U_2 .
- 2) a- Montrer par Récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $3-U_n > 0$.
 b-Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} - U_n = \frac{(u_n-3)^2}{4-u_n}$
 c- En déduire que (U_n) est une suite croissante.
 d- En déduire que (U_n) est convergente.
- 3) On suppose que : $V_n = \frac{1}{u_n-3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$
 - a. Calculer V_0 .
 - b. Montre que pour tout n de \mathbb{N} $V_{n+1} = \frac{4-u_n}{u_n-3}$
 - c. Montrer que $V_{n+1} - V_n = -1$ et en déduire que $V_n = -1 - n$
- 4) a- Montrer que $U_n = \frac{1+3V_n}{V_n}$
 b- En déduire que $U_n = \frac{3n+2}{n+1}$ pour tout n de \mathbb{N} puis Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Prof : SABBAR AMINE

Exercice 02 : 11 points

Partie I:

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = e^x - x$

- 1) Calculer $g'(x)$ pour tout x de \mathbb{R} .
- 2) Montrer que $g'(x) < 0 \quad \forall x \text{ de }]-\infty, 0]$ et $g'(x) > 0 \quad \forall x \text{ de } [0, +\infty[$.

Puis dresser le tableau de variation de g

- 3) en déduire que $e^x - x > 0$ pour tout x de \mathbb{R} .

Partie II:

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$

SABBAR AMINE

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Montrer que l'ensemble de définition de f est $D_f = \mathbb{R}$
- 2) a-Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique.

b-Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique.

3) a-Montrer que $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x-x)^2}$ pour tout x de \mathbb{R} .

b-Etudier le signe de $f'(x)$ sur \mathbb{R} puis dresser le tableau de variations de f sur \mathbb{R}

c -Donner l'équation de la tangente (\mathcal{T}) à la courbe (\mathcal{C}_f) au point d'abscisse $x = 0$.

4) Tracer dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) la tangente \mathcal{T} , la droite d'équation $y=1$ et la courbe (\mathcal{C}_f). on prendra $\frac{e}{e-1} = 1,6$ on admettra que (\mathcal{C}_f) a deux points d'inflexions $J(0,1)$ et K d'abscisse α tel que $1.5 < \alpha < 2$.

Prof : SABBAR AMINE

Exercice 03 : 4,5 points (Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction)

Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction

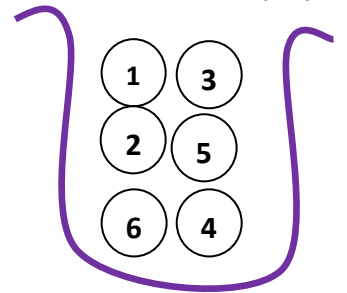
Un sac contient 6 boules indiscernables au toucher portant respectivement les numéros : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6. On tire simultanément au hasard deux boules du sac

On considère les événements suivants :

A: «les deux boules tirées portent chacune un numéro pair»

B : «les deux boules tirées portent chacune un numéro impair»

C : «l'une deux boules tirées porte le numéro 2»



Prof : SABBAR AMINE

1) Montrer que $p(A) = \frac{6}{56}$ et $p(B) = \frac{21}{56}$

2) Calculer $p(C)$

3) Calculer $p(B \cap C)$

4) les événements B et C sont-ils indépendants? Justifier la réponse