

Exercice 1 : 2points

- 1) Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R} - \{-2\}$: $x^2 - 2x + 7 - \frac{10}{x+2} = \frac{x^3 + 3x + 4}{x+2}$
- 2) En déduire la valeur de $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x + 4}{x+2} dx$

Exercice 2 : 4.5points

Soit la suite U_n définie par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{3}{4}$

- 1) Calculer U_1 et U_2 .
- 2) a- Montrer par récurrence pour tout n de \mathbb{N} : $U_n < 1$ et $U_n \geq 0$.
b- Montrer que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante et qu'elle est convergente.
- 3) On suppose que : $V_n = U_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$
a- Montrer que V_n est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$ et son premier terme V_0 .
b- Calculer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n . ($\forall n \in \mathbb{N}$)
c- Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 3 : 9.5points

On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = -1 + \frac{1}{x} - 2\ln x$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Calculer la limite : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu
- 2) Calculer les deux limites : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.
- 3) Montrer que $f'(x) = -\left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}\right)$ et donner le tableau de variation de f .
- 4) a- Montrer que $f''(x) = 2\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}\right)$ pour tout x de \mathbb{R} et déduire la concavité de (C_f) .

b- Compléter le tableau :

x	0,5	1	e
$f(x)$			

c- Montrer que $y = -3x + 3$ est l'équation de la tangente à (C_f) au point $A(1,0)$.

5) Tracer (C_f) .

Exercice 3 : 4points

Une urne contient sept boules indiscernables au toucher, quatre boules rouges, trois boules vertes. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

Soit X la variable aléatoire qui est égale le nombre de couleur des boules tirées.

- 1) vérifier que les valeurs prises par X sont 1, 2 et 3.
- 2) montrer que $P(X = 1) = \frac{5}{56}$.
- 3) Calculer $P(X = 2)$ et $P(X = 3)$.
- 4) calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

