

تعريف (1): (6 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي $u_0 = 5$ ولكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} = \frac{4u_n - 9}{u_n - 2}$

أ- بين أن كل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - 3 = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$ 0,5

ب- برهن أن كل n من \mathbb{N} : $u_n > 3$ 1

ج- بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)^2}{2 - u_n}$ 0,75

د- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة. 0,75

ع- نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها 1 وحدد آخرها الأول v_0 . 1

ب- أكتب v_n بدلالة n . 0,5

ج- بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n = 3 + \frac{1}{v_n}$ واستنتج أن $u_n = \frac{6n+5}{2n+1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$. 1,5

تعريف (2): (6,5 ن)

① احسب التكاملات التالية : $I = \int_0^2 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$; $J = \int_0^1 x e^{x^2+1} dx$; $K = \int_0^1 (x-1)^{2014} dx$ 3

② تعبّر التكاملين :

$A = \int_0^6 \frac{x^2+2x}{x+3} dx$ و $G = \int_0^6 (x+1) \ln(x+3) dx$

أ- بين أن لكل x من $[0; 6]$: $\frac{x^2+2x}{x+3} = x-1 + \frac{3}{x+3}$ 0,5

ب- استنتج أن $A = 12 + 3 \ln 3$ 1,5

ع- باستخدام مكاملة بالأجزاء، بين أن : $G = 42 \ln 3 - \frac{1}{2} A$ ثم استنتج قيمة التكامل G 1,5

تعريف (3): (7,5 ن)

لنكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = (x-1)e^x + 2$ و (c) منحناها الممثل

في معلم متعامد منظم $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

أ- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ وأول هتدسيا هذه النتيجة 1.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم استنتج الفرع اللانهائي المنحني (c) بجوار $+\infty$. 1

ع- بين أن لكل x من \mathbb{R} : $f'(x) = x e^x$ ثم نضع جدول تغيرات f على \mathbb{R} . 2

ب- أنشئ المنحني (c) احسب $(f(1))$ 1

أ- بين أن الدالة $F: x \mapsto (x-2)e^x + 2x$ أصلية للدالة f على \mathbb{R} . 1

ب- احسب مساحة الجيز المحصور بين المنحني (c) ومحور الأناجيل واطست تبصني اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=0$. 1,5