Fonctions primitives

EL KYAL MOHAMED

➢ Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I
On dit que F est **une fonction primitive** de f sur I si :

- F est derivable sur I
- $\forall x \in I \qquad F'(x) = f(x)$

➢ Existence et unicité des primitives:

Toute fonction continue sur un intervalle I admet des primitives sur I

Si f admet une primitive F sur un intervalle I, alors toute fonction G définie sur I par : $G(x) = F(x) + k \quad (k \in \mathbb{R})$ est aussi une primitive de f sur I

Soit f une fonction admettant des primitives sur un intervalle I
soit x_0 un élément de I et y_0 un réel, Il existe une seule primitive F de f sur I
vérifiant la condition $F(x_0) = y_0$

➢ Propriété de linéarité des primitives :

Si F et G des fonctions primitives respectives de f et g sur un intervalle I
et si k un réel, alors :

- $(F + G)$ est une fonction primitive de $(f + g)$ sur I
- kF est une fonction primitive de kf sur I

➢ Formulaire: primitives des fonctions usuelles :

$f(x)$	$F(x)$	
$a \in \mathbb{R}$	$ax + k$	
x	$\frac{1}{2}x^2 + k$	
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{-1}{x} + k$	
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + k$	
x^n $\left(n \in \mathbb{Z}^* - \{-1\}\right)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$	
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + k$	
e^x	$e^x + k$	$\left(k \in \mathbb{R}\right)$

➢ Primitives des fonctions composés :

$f(x)$	$F(x)$	
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)} + k$	
$u'(x) \times \left[u(x)\right]^n$ $\left(n \in \mathbb{Z}^* - \{-1\}\right)$	$\frac{\left[u(x)\right]^{n+1}}{n+1} + k$	
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln\lvert u(x)\rvert + k$	
$u'(x) \times e^{u(x)}$	$e^{u(x)} + k$	$\left(k \in \mathbb{R}\right)$