الصفحة 1/2

GA.331958

مدة الإنجاز: 2 ساعات

المعامل: 4

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي

Groupe Prisse scolaire

امتحان تجريبي (دورة فبراير 2010)

المادة: الرياضيات

الشعب(ة): العلوم الاقتصادية و Bac

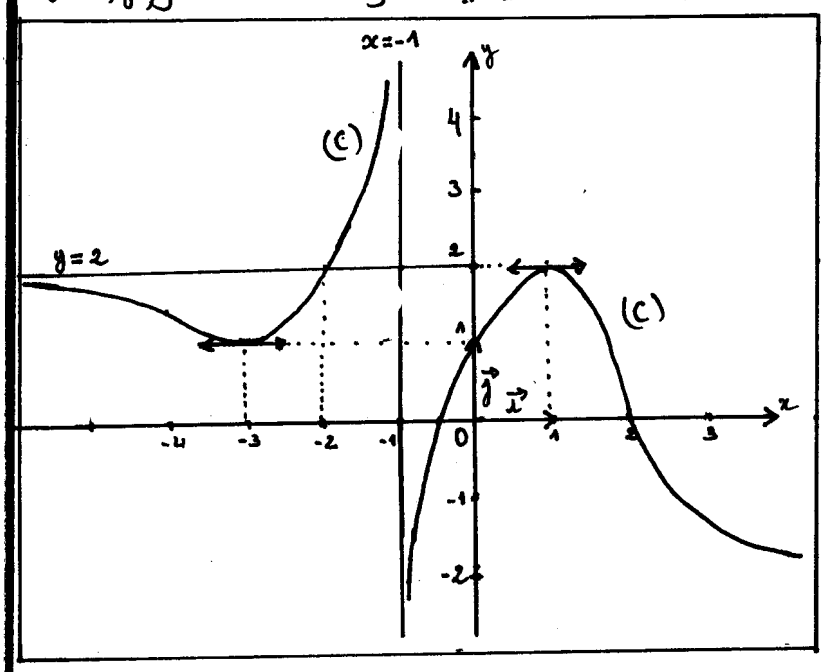
الموضوع

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (4,5 ن)

g دالة عددية للمتغير الحقيقي x و (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

أجب على الأسئلة التالية انطلاقا من المبيان جانبه.



1) أ- حدد D مجموعة تعريف الدالة g. — 0,5

ب- احسب النهايات التالية: — 2

$\lim_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} g(x)$; $\lim_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} g(x)$; $\lim_{x\to -\infty} g(x)$

$\lim_{x\to +\infty} \frac{g(x)}{x}$; $\lim_{x\to +\infty} g(x)$

2) أ- حل في D المعادلتين التاليتين: — 0,5

$g(x)=0$; $g'(x)=0$

ب- حل في D المتراجحات التالية: — 1,5

$g(x)<0$; $g(x)>2$; $g'(x)\leq 0$

التمرين الثاني (5,5 ن)

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0=\frac{4}{3}$ و $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_{n+1}=\frac{3u_n}{u_n+1}$

1) أ- بين بالترجع أن: $(\forall n\in\mathbb{N})\ 1<u_n<2$ — 1

ب- بين أن المتتالية $(u_n)_n$ تزايدية واستنتج أن: $(\forall n\in\mathbb{N})\ \frac{4}{3}\leq u_n$ — 0,75

2) نعتبر المتتالية $(v_n)_n$ المعرفة بما يلي: $(\forall n\in\mathbb{N})\ v_n=\frac{u_n}{2-u_n}$

أ- بين أن المتتالية $(v_n)_n$ هندسية ثم اكتب v_n بدلالة n. — 1,25

ب- بين أن: $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_n=\frac{4\times 3^n}{2\times 3^n+1}$ — 1

ج- احسب نهاية المتتالية $(u_n)_n$. — 0,5

3) أ- ليكن n من $\mathbb{N}$، تحقق أن: $2-u_n=\frac{2}{2\times 3^n+1}$ واستنتج أن: $10^{-3}-(2-u_n)=\frac{2\times 3^n-1999}{1000(2\times 3^n+1)}$ — 0,5

ب- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n بحيث: $2-u_n<10^{-3}$ — 0,5

M 09 02 2010

المادة:	الرياضيات
الشعب(ة):	العلوم الاقتصادية

امتحان تجريبي (دورة فبراير 2010)
الموضوع

الصفحة 2/2

GA: 331958

مسألة (10 ن)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=]0;+\infty[$ بما يلي: $f(x)=x+(1-2x)\ln x$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1 | 1) بين أن: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ ، أول مبيانيا هذه النتيجة.

1 | 2) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ و أن المنحنى (C) يقبل (بجوار $+\infty$) فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب.

1 | 3) أ- بين أن: $(\forall x\in I)\ f'(x)=\frac{1-x}{x}-2\ln x$ ثم احسب $f'(1)$.

1 | ب- ادرس إشارة $\frac{1-x}{x}$ و $-2\ln x$ على المجال I.

1 | ج- استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0;1]$ وتناقصية على $[1;+\infty[$

1 | 4) أ- بين أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلين α و β بحيث: $\frac{1}{3}<\alpha<\frac{1}{2}$ و $1,8<\beta<2$

0,5 | ب- ادرس إشارة الجداء $(1-2x)\ln x$

0,5 | ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$

1 | د- أنشئ المنحنى (C) والمستقيم (Δ).

II) لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0=\frac{3}{4} \\ u_{n+1}=f(u_n) \quad (n\in\mathbb{N}) \end{cases}$$

0,75 | 1- بين أن: $(\forall n\in\mathbb{N})\ \frac{1}{2}<u_n<1$.

0,75 | 2- أثبت أن المتتالية (u_n) تناقصية واستنتج أنها متقاربة.

0,5 | 3- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

M 09022010