

### Exercice 1 : (2.5points)

- 1) Vérifier que :  $\frac{(x+1)^2}{x^2+1} = 1 + \frac{2x}{x^2+1}$  et en déduire :  $\int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1} dx$
- 2) a-Par une intégration par parties calculer :  $\int_0^1 xe^x dx$
- b-En déduire la valeur de :  $\int_0^1 (x - e^{-2x})e^x dx$

### Exercice 2 : (4points)

Soit la suite  $U_n$  définie par :  $U_0 = 2$  et  $U_{n+1} = \frac{5}{6}U_n + \frac{1}{6}$

- 1) Montrer par récurrence pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $U_n > 1$ .
- 2) Montrer que  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite décroissante et qu'elle est convergente.
- 3) On suppose que :  $V_n = U_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ 
  - a. Calculer  $V_0$ .
  - b. Montrer que  $V_n$  est une suite géométrique et préciser sa raison
  - c. Montrer que  $V_n = \left(\frac{5}{6}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$
  - d. Calculer  $U_n$  en fonction de  $n$
  - e. Calculer la limite de  $u_n$  en  $+\infty$ .

### Exercice 3 : (9.5points)

#### Partie I :

On considère la fonction numérique  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $h(x) = x + 1 - e^x$

- 1) Calculer  $h'(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ .
- 2) Etudier le signe de  $h'(x)$  puis dresser le tableau de variation de  $h$  sur l'intervalle  $\mathbb{R}$
- 3) Calculer  $h(0)$  puis en déduire le signe de  $h$  sur l'intervalle  $\mathbb{R}$ .

### Partie II :

On considère la fonction numérique  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^2 + 2x - 2e^x$

- 1) a- Calculer les deux limites :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.
- b- Calculer les deux limites :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.
- 2) Vérifier que  $f'(x) = 2h(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  puis dresser le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $\mathbb{R}$ .
- 3) a- Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique  $\alpha$  dans  $\mathbb{R}$  et que  $\alpha$  appartient à l'intervalle  $] -2, 2 ; -2[$ .
- b- Montrer que  $(C_f)$  admet un point d'inflexion d'abscisses 0.
- c- Calculer  $f'(0)$  puis déterminer l'équation de la droite tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point I.
- d- construire  $C_f$  et la droite  $(T)$ .

### Exercice 4 : (4points)

On a un Dé de forme cubique non truqué dont les faces portent les numéros 1, 1, 1, 2, 2 et 3 successivement

On jette le Dé deux fois successives et on marque dans chaque fois le numéro porté par la face de haut. On considère les événements :

A "Avoir deux fois le numéro 3"

B "Avoir deux numéros dont le produit est plus petit ou égal à 6".

1) a- Montrer que :  $P(A) = \frac{1}{36}$

b- Montrer que B est l'événement contraire de A. En déduire  $P(B)$ .

2) Soit  $X$  la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois ou apparait le numéro 3.

a- Déterminer les valeurs de  $X$  et la loi de la variable  $X$ .

b- Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de la variable  $X$ .

