Nisse International School	Contrôle continu 2 (S1) 10.12.2021	$2^{ème}$ bac GE Durée : 2H

Exercice 1 (8 points)

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 6 .$$

0,75 1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

0,5 b) Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R})$ $f'(x) = 3(x^2 - 2x - 3)$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 2x - 3 = 0$ puis dresser

1,75 le tableau de variations de la fonction f

0,75 2) a) Déterminer $f([-1;3])$ et $f([-1;0])$

b) Donner le nombre de solutions de chacune des équations

1,5 suivantes : $f(x) = -2$; $f(x) = 2021$; $f(x) = -1$.

3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule

1 solution α dans l'intervalle $]5,6[$.

1 b) Calculer $f''(x)$ puis déterminer la concavité de la courbe (C_f) en donnant son point d'inflexion I.

c) Calculer $f(1)$ et $f'(1)$ puis écrire l'équation de la

2,75 tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1.

Exercice 2 (6 points)

Calculer puis réduire l'expression de $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :

1,5 ① $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$; $(x \in \mathbb{R})$; ② $f(x) = x - \sqrt{x^2-2x+2}$; $(x \in \mathbb{R})$

③ $f(x) = (x^2-3)\sqrt{2x+1}$; $(x > -\frac{1}{2})$; ④ $f(x) = (2\sqrt{x} - x)^5$; $(x > 0)$

Exercice 3 (6 points)

On considère la fonction numérique g définie sur $I = [2;+\infty[$

par : $g(x) = x - 2\sqrt{x-2}$

1,5 1) a) Montrer que $(\forall x \in I)$ $g(x) = x\left(1 - 2\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}\right)$ puis déduire

1 $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{g(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (g(x) - x)$

0,75 b) Montrer que $(\forall x \in]2;+\infty[)$ $\frac{g(x) - g(2)}{x-2} = 1 - \frac{2}{\sqrt{x-2}}$

0,5 c) Étudier la dérivabilité de g à droite en 2 puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

1 2) a) Montrer que $(\forall x \in]2;+\infty[)$ $g'(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x-2}\,(\sqrt{x-2}+1)}$

0,75 b) Calculer $g'(3)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

0,75 c) Calculer $g(3)$ puis dresser le tableau de variations de g

0,75 d) Déduire que $(\forall x \in I)$ $\frac{\sqrt{x-2}}{x-1} \leq \frac{1}{2}$