

تمرين (1): (5 ن)

(1) أعط القيمة العددية المبسطة لكل من العددين التاليين:

$$b = \frac{\ln 2 + \ln 5 - \ln 7}{\ln 10 - \ln 49}$$

$$a = \ln(4 - \sqrt{15}) + \ln(4 + \sqrt{15}) + \ln(e^2) + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

(2) أ- حل في \mathbb{R} المعادلتين: $t^2 - 3t + 2 = 0$

ب- استنتج حلول المعادلتين: $\ln x - 3 \ln x + 2 = 0$; $\frac{-\ln x + 3 \ln x - 2}{x - e} = 0$

ج- حل المتراجحة: $\ln x > 3 \ln x - 2$

تمرين (2): (4 ن)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي: $g(x) = x + \ln(x+1)$.

أ- حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g - ثم احسب $g(0)$ و $g(e-1)$.

ب- احسب $g'(x)$ - ثم استنتج أن الدالة g تزايدية قطعية D_g .

ج- أ- برهن أن: $g(x) < 0$ $\forall x \in]-1, 0[$ و $g(x) > 0$ $\forall x \in]0, +\infty[$

ب- حل المعادلة: $g(x) = x + 1$

تمرين (3): (6 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي $u_0 = 0$ وكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n + 5}$

أ- تحقق أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+2} = \frac{3(u_n + 2)}{u_n + 5}$ ثم برهن أن: $u_n > -2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

ب- تبين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n + 2)^2}{u_n + 5}$ واستنتج رتبة المتتالية $(u_n)_n$

ج- بين أن المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة:

د- نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$

أ- بين أن المتتالية $(v_n)_n$ حسابية أساسها الحد $\frac{1}{3}$

ب- استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N}) v_n = \frac{2n+3}{6}$

ج- بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n = \frac{-4n}{2n+3}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين (4): (5 ن)

لتكن f الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x - 1$

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم اورد هندسيا النتيجة الأخيرة.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ (لاحظ أن $f(x) = \frac{1+x \ln x}{x}$) ثم اورد هندسيا النتيجة المحل عليها.

ج- أ- تبين أن: $f'(x) = x - 1$ $\forall x \in]0, +\infty[$ ثم ارفع جدول تغيرات الدالة f .

ب- أ- نسطر المنحنى (C_f) في معلمتها من منظر (\vec{x}, \vec{y})

ج- حدد (معطى جوابك) عدد حلول المعادلة: $x \ln x = 2017x - 1$