السنة الثانية من سلك البكالوريا
شعبة العلوم الاقتصادية
(دجنبر 2009)

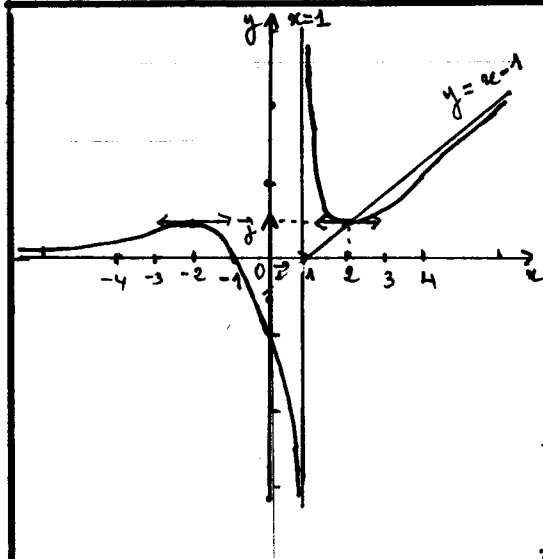
مراقبة مستمرة (2)
مادة الرياضيات
مدة الانجاز : ساعتان

Groupe Scolaire Lyssé

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

تمرين (1) : (6 ن)

المبيان جانبه هو تمثيل لدالة عددية f معرفة على مجموعة D



1 ـ أ ـ حدد المجموعة D (ن 0,5)

ب ـ احسب النهايات التالية :

$\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (ن 1)

$\lim_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x)$; $\lim_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x)$ (ن 1)

$\lim_{x\to+\infty} \left(f(x)-(x-1)\right)$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ (ن 1)

2 ـ أ ـ حل في D المتراجحتين : $f'(x)\leq 0$; $f(x)\geq 0$ (ن 1,5)

ب ـ حل في D المعادلة : $f(x)=1$ (ن 0,5)

ج ـ حل في المجال $]1,+\infty[$ المتراجحة : $f(x)\leq x-1$ (ن 0,5)

تمرين (2) : (7 ن)

نعتبر المتتالية الترجيعية (u_n) المعرفة بما يلي

$$\begin{cases} u_0 = 2/3 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n+2}{2u_n+3} \quad (n\in\mathbb{N}) \end{cases}$$

1 ـ بين بالترجع أن : $0\leq u_n<1$ $(\forall n\in\mathbb{N})$ (ن 1)

2 ـ أ ـ بين أن المتتالية (u_n) تزايدية واستنتج أن $u_n\geq\frac{2}{3}$ لكل n من $\mathbb{N}$ (ن 1,5)

ب ـ بين أن المتتالية (u_n) متقاربة. (ن 0,5)

3 ـ لتكن (v_n) المتتالية المعرفة بـ : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$ $n\in\mathbb{N}$

أ ـ بين أن المتتالية (v_n) هندسية محدداً أساسها وحدها الأول. (ن 1)

استنتج أن : $v_n=-\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$ (ن 0,5)

ب ـ بكتابة u_n بدلالة v_n ، بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$

$u_n=\dfrac{1-\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}}{1+\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}}$ ، احسب (معللا الجواب) $\lim_{n\to+\infty} u_n$ (ن 1,5)

4 ـ احسب بدلالة n المجموع : $S_n=\dfrac{u_0-1}{u_0+1}+\dfrac{u_1-1}{u_1+1}+\dots+\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$ (ن 1)

تمرين (3) (7 ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$f(x)=\dfrac{x}{2\sqrt{x}-1}$ ، (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 ـ أ ـ بين أن الدالة f معرفة على المجموعة $D=\left[0,\frac{1}{4}\right[\cup\left]\frac{1}{4},+\infty\right[$ (ن 0,5)

ب ـ بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 وأول مبيانيا هذه النتيجة. (ن 1)

2 ـ أ ـ احسب $\lim_{x\to\frac{1}{4}^+} f(x)$ و $\lim_{x\to\frac{1}{4}^-} f(x)$ ، وأول مبيانيا هذه النتائج. (ن 1)

ب ـ تحقق أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ وأن $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=0$ وأول مبيانيا هذه النهاية الأخيرة. (ن 1)

3 ـ أ ـ بين أن $\forall x\in\left]0,\frac{1}{4}\right[\cup\left]\frac{1}{4},+\infty\right[$ $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{(2\sqrt{x}-1)^2}$ (ن 0,5)

ب ـ ضع جدول تغيرات f على D. (ن 0,5)

ج ـ اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول 4 (ن 0,5)

4 ـ أرسم المنحنى (C). (ن 1,5)