Exercice 1: $(3pt)$ Calculer les limites suivantes en justifiant les résultats obtenus :

$3\times 1pt$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3-7x^2-x-11\right)$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2-2\right)(1-x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^4+2x+1}{\left(x^2-2\right)\left(2x^2+1\right)}$

Exercice 2: $(7{,}5pt)$

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=2+\sqrt{x^2-x} & si\ \ x\geq 1 \\ f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-3x+2} & si\ \ x<1 \end{cases}$

$2pt$ 1. Calculer les limites de la fonction f en $(-\infty)$ et en $(+\infty)$. justifier les résultats.

$1pt$ 2. Montrer que f est continue en 1 .

$1pt$ 3. Montrer que f n'est pas dérivable à droite de 1

$1pt$ 4. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]1;+\infty[$

5. On considère la restriction g de la fonction f sur $]-\infty;1[$

$0{,}5pt$ a) Vérifier que : $\forall x\in]-\infty;1[\ ;\ g(x)=\dfrac{x-3}{x-2}$

$1pt$ b) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera

$1pt$ c) Donner une expression de $g^{-1}(x)$ en fonction de x

Exercice 3: $(4pt)$

Soit f une fonction continue sur les intervalles de son domaine de définition Df , dont le tableau de variation est le suivant :

x	-∞		-3		2		+∞
f	0	↘	-1	↗ +∞	‖	-∞ ↗	1

$0{,}5pt$ 1) Déterminer Df

$1{,}5pt$ 2) Déterminer l'intervalle $f(I)$ dans chacun des cas suivants : $a)$ $I=]-\infty;-3]$ $b)$ $I=[-3;2[$ $c)$ $I=]2;+\infty[$

$1pt$ 3) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions α *et* β en précisant les intervalles auxquelles elles appartiennent

$1pt$ 4) En déduire, en fonction de α *et* β , le tableau de signe de f

Exercice 4: $(3{,}5pt)$

Soit f la fonction définie par : $f(x)=x^3-3x^2+6x-1$

$1pt$ 1. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f

$1{,}5pt$ 2. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution α dans $\mathbb{R}$ et que $0<\alpha<1$

$1pt$ 3. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} . justifier votre réponse

Exercice 5: $(2pt)$

Une entreprise, réalise pour la fabrication et la vente d'une quantité q d'objets, un bénéfice donné par : $B(q)=2(20-q)\sqrt{q+3}$ avec $1\leq q\leq 20$

$1pt$ 1. Montrer que le bénéfice marginal est : $B'(q)=\dfrac{14-3q}{\sqrt{q+3}}$

$1pt$ 2. déterminer la quantité d'objets q_0 à produire pour que le bénéfice soit maximal.