

الحساب التكاملي

التمرين الأول:

احسب التكاملات التالية:

$$A = \int_1^3 (3+x+x^2) dx$$
$$B = \int_1^4 \left(x^3 + \frac{8}{x^2} - \frac{6}{x}\right) dx$$
$$C = \int_1^2 \frac{\sqrt{x}-2x}{x} dx$$
$$D = \int_1^2 x^2 \left(x+3+\frac{5}{x}\right) dx$$
$$E = \int_0^1 (2x-5\sqrt[3]{x}) dx$$
$$F = \int_0^1 \frac{3}{2x+1} dx$$
$$G = \int_{-2}^1 \frac{-2x+3}{x} dx$$
$$H = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^5}\right) dx$$

$$O = \int_{\sqrt{2}}^3 \frac{x+3}{x+7} dx$$

$$P = \int_2^3 \frac{3x+4}{x+3} dx$$

$$Q = \int_4^5 \frac{x^2}{(x^3+1)^2} dx$$

$$R = \int_0^1 \frac{x^2-1}{(x^3-3x+5)^3} dx$$

$$J = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$$

$$I = \int_2^3 \frac{2x}{(x-1)(x+2)} dx$$

التمرين الثاني:

احسب التكاملات الآتية:

$$M = \int_4^5 \left(x+2+\frac{5}{x-2}\right) dx$$

$$N = \int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}-5}}{3x^2} dx$$

$$V = \int_0^{\ln 2} e^x \sqrt{e^x-1} dx$$

$$W = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

$$P = \int_0^{\ln(2)} \frac{2+e^x}{1+e^x} dx$$

$$Q = \int_{-1}^2 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 dx$$

$$Y = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg}(x) dx$$

$$Z = \int_{-3}^2 \frac{1}{x^2+x} dx$$

التمرين الثالث:

1. احسب التكاملات الآتية: $c = \int_{-1}^3 |3x^2 - 6x| dx$ $b = \int_{-1}^1 |e^x - 1| dx$; $a = \int_1^3 |x-2| dx$

$$d = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} |\sin(2x)| dx$$

2. احسب التكامل التالي: $e = \int_{-1}^2 f(x) dx$ **علما أن:**

$$\begin{cases} f(x) = x + \frac{1}{x} & .x > 0 \\ f(x) = x^2 + 5 & .x \leq 0 \end{cases}$$

التمرين الرابع:

حدد القيمة المتوسطة للدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات التالية:

1. $I = [2, 4]$ $f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.2 $I = [-1, e-2]$ $f_2(x) = \frac{1}{x+2}$

3. $I = \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right]$ $f_3(x) = \cos(3x)$.4 $I = [-\ln 2, 0]$ $f_4(x) = e^{-x}$

التمرين الخامس:

1. باستعمال المكاملة بالأجزاء احسب التكاملات التالية

$$A = \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx \quad ; B = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + x \right) \ln(x) dx$$

$$C = \int_1^e \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) \ln(x) dx \quad ; D = \int_0^{\pi} x \cos(2x) dx$$

$$E = \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx \quad ; F = \int_0^{\ln 3} \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2} dx$$

$$G = \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{x \ln(x)}{\sqrt{x^2+1}} dx \quad ; H = \int_0^e t e^t dt$$

$$I = \int_1^3 (x^2 - 2x) \ln(x) dx \quad ; J = \int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx$$

$$K = \int_1^2 x 2^x dx \quad ; L = \int_0^9 x \log(x+1) dx$$

تابع

$$a = \int_2^3 \frac{1}{x(x^2-1)} dx$$

$$b = \int_2^3 \frac{2x}{(x^2-1)^2} dx$$

$$c = \int_2^3 \frac{x \ln(x)}{(x^2-1)^2} dx$$

$$d = \int_1^2 \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$$

2. احسب التكاملات التالية

التمرين السادس:

احسب مساحة الحيز المحصور بين منحنى الدالة f والدالة g والمستقيمين $x=a$ و $x=b$ في كل حالة من الحالات الآتية:

1. $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = 2x+1$ مع $a=1$ و $b=e$.

2. $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = e^x$ مع $a=1$ و $b=4$.

3. $f(x) = e^{-2x}$ و $g(x) = e^x$ مع $a=0$ و $b=\ln 2$.

التمرين السابع:

f دالة عددية معرفة بما يلي: $f(x) = x-2$ احسب حجم المجسم المولد بدوران المنحنى (C_f) على المجال $[2,5]$.

التمرين الثامن:

1. بين أن: $\frac{2}{\cos(x)} = \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)} + \frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}$; $\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$

2. بين أن: $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2}{\cos(x)} dx = \ln(3)$

3. استنتج القيمة المتوسطة للدالة $g(x) = \frac{2}{\cos(x)}$ على المجال $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$.

التمرين التاسع:

1. احسب التكامل التالي: $I = \int_0^3 \sqrt{x+1} dx$

2. ا- احسب مشتقة الدالة $f(x) = \frac{2}{15}(3x^2 + x - 2)\sqrt{x+1}$

ب- استنتج قيمة التكامل: $J = \int_0^3 x\sqrt{x+1} dx$

3. احسب التكامل $K = \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

4. احسب التكامل: $I = \int_0^2 f(x) dx$ حيث $\begin{cases} f(x) = 2-x & ; 0 \leq x < 1 \\ f(x) = \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$

التمرين العاشر:

نضع

ولتكن f الدالة المعرفة على $[0,1]$ بما يلي: $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$; $J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}} dx$; $K = \int_0^1 \sqrt{x^2+2} dx$

$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+2})$

1. احسب $f'(x)$.

2. استنتج قيمة التكامل I .

3. ا- بدون حساب I و J و K تحقق أن $J + 2I = K$.

ب- باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن $K = \sqrt{3} - J$.

ج- استنتج قيمة التكاملين I و k .

التمرين الحادي عشر: ✚

1. حدد a و b و c من \mathbb{R} بحيث :

$$\frac{1}{x(x^2-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-1}$$

2. استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1, +\infty[$ حيث $f(x) = \frac{1}{x(x^2-1)}$

3. احسب التكاملات التالية:

$$a = \int_2^3 \frac{1}{x(x^2-1)} dx$$

$$b = \int_2^3 \frac{2x}{(x^2-1)^2} dx$$

$$c = \int_2^3 \frac{x \ln(x)}{(x^2-1)^2} dx$$

$$d = \int_1^2 \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$$