ÉLÉMENT DE CORRIGÉ DES EXERCICES D'APPLICATION

FORCE PRESSANTE - PRESSION

Ex1-

1- ➢ La pression en Pascal : $P_{(Pa)} = \dfrac{F_{(N)}}{S_{(m^2)}}$; et $F_{(N)} = m_{(kg)}.g_{(m/s^2)}$

D'où: $P_1 = \dfrac{10.10}{0{,}005} = \dfrac{100}{0{,}005} = 20.10^3\,Pa$; $P_2 = \dfrac{10.10}{0{,}0015} = \dfrac{100}{0{,}0015} = 66{,}666.10^3\,Pa$; $P_3 = \dfrac{10.10}{0{,}001} = \dfrac{100}{0{,}001} = 100.10^3\,Pa$

- La pression en bar : comme 1 bar = 10^5 Pa . D'où: P_1 = 0,2 bar ; P_2 = 0,66 bar ; P_3 = 1 bar
- La pression en daN/cm^2 : comme 1 bar = 1 daN/cm^2. D'où : P_1 = 0,2 daN/cm^2 ; P_2 = 0,66 daN/cm^2 ; P_3 = 1 daN/cm^2

2- La pression augmente lorsque la surface démunie

Ex2-

1- Force pressante sur l'huile, F= m.g = 3000 .10 = 3.10^4 N

2- Surface pressée, $S = \dfrac{\pi D^2}{4} = \dfrac{3{,}14.(0{,}08)^2}{4} = 0{,}005\,m^2 = 50\,cm^2$

3- Pression en Pa, $P = \dfrac{F}{S} = \dfrac{3.10^4}{0{,}005} = 6.10^6\,Pa$. En bar $\dfrac{300}{50} = 60\,daN/cm^2$ ou $60\,bar$

Ex3-

- $F_{(daN)} = P_{(bar)}.S_{(cm^2)}$ = 200.300 = 6.10^4 daN
- $F_{(N)} = P_{(Pa)}.S_{(m^2)}$ = $200.10^5.0{,}03$ = 6.10^5 N

Ex4-

- $P = \dfrac{F}{S} = \dfrac{10.100.10}{25.3{,}14} = 127{,}38\,daN/cm^2$ ou $127{,}38\,bar$

Ex5-

- Force pressante F, F=P.S=250.3,14.10.10 =78500 daN
- Pression pour maintenir la charge F_1, $P = \dfrac{F}{S_a} = \dfrac{2000}{3{,}14.(10^2 - 5{,}5^2)} = \dfrac{2000}{219{,}01} = 9{,}13\,bar_{(mini)}$

PRESSION DANS UN LIQUIDE AU REPOS

Ex6-

- P = ρ.g.h = 900.10.0,5 = 4500 Pa = 0,045 bar

VITESSE - DÉBIT- ÉQUATION DE CONTINUITÉ

Ex7-

Pour que l'écoulement reste laminaire, il faut que $\mathcal{R}e$ = $C.\dfrac{d}{\upsilon} \leq 2300$

$$C \leq 2300.\frac{\upsilon}{d} = 2300.\frac{4.10^{-4}}{20.10^{-3}} = 46\,m/s$$

$$q_v = SC = \frac{\pi}{4}(20.10^{-3})^2.46 = 14{,}444.10^{-3}\,m^3/s = 14{,}444\,l/s = 866{,}64\,l/mn$$

Ex8-

1- La vitesse V de déplacement en sortie de tige, $V_{(cm/s)} = \dfrac{q_{v(cm^3/s)}}{S_{1(cm^2)}} = \dfrac{\frac{24000}{60}}{40} = 10\,cm/s$

2- La durée de la course si celle-ci fait 20 cm, $t = \dfrac{d}{V} = \dfrac{20}{10} = 2s$

3- La vitesse V' pour la rentrée de tige, avec un même débit q_v, $V' = \dfrac{q_v}{S_1 - S_2} = \dfrac{400}{25} = 16\,cm/s$

DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

Ex9-

- Le débit volume : $q_v = S_1C_1 = S_2C_2$ alors $C_1 = C_2 . S_2/S_1 = 10.2/100 = 0,2$ m/s
- Le débit masse : $q_m = \rho S_2C_2 = \rho S_1C_1 = 10^3.2.10^{-4}.10 = 2$ kg/s
- Somme des forces extérieurs : $R = \Sigma F_{ext} = q_m(C_2 - C_1)$

$R = 2.(10 - 0,2) = 19,6$ N de même : $R = S_2(P - P_{atm})$ ⇨ $P = R/S_2 + P_{atm}$

$P = 19,6/(2.10^{-4}) + 10^5 = 19,8.10^4$ Pa

Et : $P = F/S_1$; alors: $F = P.S_1 = 19,8.10^4 . 100.10^{-4} =$ 1980 N.

PUISSANCE D'UN VÉRIN - PUISSANCE D'UNE POMPE

Ex10-

1- Puissance fournie par le vérin : $P_{fournie_{vérin}} = F.V = F.\frac{q_v}{S} = P_{ression}S.\frac{q_v}{S} = P_{ression}.q_v = 80.10^5.\frac{36.10^{-3}}{60} = 4800\,W$

2- Puissance nécessaire au récepteur : $P_{nécessaire} = \frac{P_{fournie}}{\eta_g} = \frac{4800}{0,6} = 8000\,W$

Ex11-

1- La puissance de la pompe, $P_{pompe} = F.V = 3.10^3.10.\frac{2}{60} = 10^3\,W$

2- Le diamètre du vérin, $P_{ression} = \frac{F}{S} = \frac{4.F}{\pi.d^2}$ donc : $d = \sqrt{\frac{4.3.10^4}{50.10^5.\pi}} = 0,087\,m = 8,7\,cm$

3- Le débit de la pompe, $q_v = \frac{P_{pompe}}{p_{ression}} = \frac{10^3}{50.10^5} = 0,2.10^{-3}\,m^3/s = 0,2\,\ell/s = 12\,\ell/min$

ÉQUATION DE BERNOULLI

Ex12-

1- La perte de charge en hauteur d'eau Δz : Bernoulli en terme de hauteur entre 1 et 2 sans machine :

$$\frac{P_2 - P_1}{g \cdot \rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0 \quad \text{donc} \quad J_{1-2} = \Delta z = 2m$$

2- La perte de charge en pression ΔP : Bernoulli en terme de pression entre 1 et 2 sans machine :

$$P_2 - P_1 + \rho \cdot \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + \rho g (z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0 \quad \text{donc} \quad J_{1-2} = \Delta P = 0,2 \cdot 10^5\,Pa$$

Ex13-

1- Le nombre de Reynolds : $\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = \frac{4q_v}{\pi \cdot d \cdot \upsilon} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 10^6}{\pi \cdot 120} = 2,12 \cdot 10^5 \geq 10^5$ L'écoulement turbulent rugueux

2- La perte de charge systématique par mètre :

$$\frac{J_r}{L} = \lambda \cdot \frac{C^2}{2d} = 0,79\sqrt{\frac{\varepsilon}{d}} \cdot \left(\frac{4q_v}{\pi d^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2d} = 0,79 \cdot \sqrt{\frac{0,2}{120}} \cdot \frac{8 \cdot 20^2 \cdot 10^{-6}}{\pi^2 \cdot 120^5 \cdot 10^{-15}} = 0,42\ J/kg \cdot m$$

3- La perte de charge ΔP (bar) et Δz (m) pour 100 m de conduite : La perte de charge systématique pour 100 m :

$J_r = 42\ J/kg$ Alors : $\Delta P = J_r \cdot \rho = 42 \cdot 10^3 = 42000\ Pa$ et $\Delta z = J_r / 9,8 = 4,28 = 4,28\ m$

Ex14-

1- La vitesse d'écoulement du fluide dans la conduite d'aspiration : $C = \frac{4q_v}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 27,3^2 \cdot 10^{-6}} = 1,709\ m/s$

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = \frac{1,709 \cdot 27,3 \cdot 10^{-3}}{0,45 \cdot 10^{-4}} = 1036,79 \leq 2300$: L'écoulement est laminaire

3- Le coefficient de perte de charge λ : $\lambda = \frac{64}{\Re e} = \frac{64}{1036,79} = 0,06172$

4- ➢ Les pertes de charge linéaire J_r : $J_r = \lambda \cdot C^2 \cdot \frac{L}{2d} = 0,06172 \cdot 1,709^2 \cdot \frac{4}{2 \cdot 27,3 \cdot 10^{-3}} = 13,206\ J/kg$

➢ Les pertes de charge totales $J_{1\text{-}2}$: $J_{1-2} = J_s + J_r = 5 + 13,206 = 18,206\ J/kg$

5- La pression P_2 à l'entrée 2 de la pompe : Bernoulli entre 1 et 2 sans machine :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0 \ \Rightarrow\ \frac{P_2 - 10^5}{900} + \frac{1,709^2 - 0}{2} + 9,81(0,8) + 18 = 0$$

donc $P_2 = 75422,493\ Pa = 0,75\ bars$

Ex15-

1- La vitesse d'écoulement du fluide dans la conduite : $C = \frac{q_v}{S} = \frac{4q_v}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 1200 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,1056^2} = 137,083\ m/s$

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = 137,083 \frac{0,1056}{2 \cdot 10^{-4}} = 72379,824 \leq 10^5$ L'écoulement turbulent lisse

3- Le travail $W_{1\text{-}2}$ fourni par la pompe : Bernoulli entre 1 et 2 avec machine :

$$W_{1-2} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2}$$

avec $P_2 = P_1; C_1 = 0; C_2 = 137,083\ m/s; z_2 - z_1 = 0$ (conduite horizontale)

donc $W_{1-2} = 0 + \frac{137,083^2}{2} + 0 + 5220 = 14615,874\ J/kg$

4- La puissance $\mathcal{P}_{\text{pompe}}$ de la pompe :

$\mathcal{P}_{\text{pompe}} = W_{12} \cdot q_m = W_{12} \cdot \rho \cdot q_v = 14615,874 \cdot 0,8 \cdot 10^3 \cdot 1,2 = 14031239,04\ Watts = 14031,239\ KW$

Remarque :

Si, au cours de l'étude, un élève repère ce qui lui semble être une erreur ou fautes de frappe, il le signale au professeur de la matière !!!

ÉLÉMENT DE CORRIGÉ DES APPLICATIONS

Calcul d'une pompe

App1-

1- Le débit volume de la pompe est une donnée du problème : $q_v = 7{,}2\ m^3/h$ soit $q_v = 2.10^{-3}\ m^3/s$
Le débit masse : $q_m = \rho\, q_v = 10^3.2.10^{-3}$ soit $q_m =$ 2 kg/s

2- On connaît l'expression du débit massique d'une conduite : $q_m = \rho\, SC$ soit la vitesse d'écoulement : $C = q_m / \rho\, S$

donc $C = \dfrac{2}{10^3.8.10^{-4}} = 2{,}5\, m/s$

3- La pompe qui a une puissance de 1kW échange un travail avec le fluide entre A et B : $P = W_{A\text{-}B}\ .\ q_m$
Le travail échangé par la pompe pour 1kg d'eau : $W_{A\text{-}B} = P/\ q_m = 10^3/2$ Soit $W_{A\text{-}B} =$ 500 J/kg

4- Appliquons Bernoulli entre A et B : $W_{A-B} = \dfrac{P_B - P_A}{\rho} + \dfrac{C_B^2 - C_A^2}{2} + g(z_B - z_A)$

Avec : $z_A = z_B$; $C_A = 0$; $C_B = 2{,}5$ m/s ; $P_A = P_0 = 10^5$ Pa ; $W_{A\text{-}B} = 500$ J/kg

Il reste donc : $P_B = \rho(W_{A-B} - \dfrac{C_B^2}{2}) + P_A = 10^3(500 - \dfrac{(2{,}5)^2}{2}) + 10^5$ donc $P_B =$ 596875 Pa

5- D'après l'équation de Bernoulli entre B et C sans machine: $\dfrac{P_C - P_B}{\rho} + \dfrac{C_C^2 - C_B^2}{2} + g(z_C - z_B) = 0$

Avec : $C_C = 0$ (la vitesse de l'eau à l'arrivée dans le réservoir s'annule) ;
$P_C = P_0 = 10^5$ Pa ; $P_B = 596875$ Pa ; $C_B = 2{,}5$ m/s ; $z_C - z_B = h$

Il reste donc : $h = \dfrac{1}{g}\left[\dfrac{C_B^2}{2} - \dfrac{P_C - P_B}{\rho}\right] = \dfrac{1}{10}\left[\dfrac{(2{,}5)^2}{2} - \dfrac{10^5 - 596875}{10^3}\right]$ Soit : $h = z_C - z_B = 50$ m

ACHEMINEMENT DE L'HYDROCARBURE

App2-

1- Vitesse du fluide dans la conduite : $V = \dfrac{Q_v}{S} = \dfrac{4\cdot Q_v}{\pi\cdot d^2} = \dfrac{4\cdot 0{,}03}{\pi\cdot 0{,}15^2} = 1{,}69\, m/s$

2- Le type de l'écoulement : $\Re_e = \dfrac{\rho\cdot V\cdot d}{\mu} = \dfrac{0{,}9\cdot 10^3\cdot 1{,}69\cdot 0{,}15}{0{,}3} = 760{,}5 \le 2300$; L'écoulement est laminaire.

3- Les pertes de charges régulières : $J_r = \lambda\dfrac{V^2\cdot L}{2d} = \dfrac{64}{\Re_e}\cdot\dfrac{V^2\cdot L}{2d} = \dfrac{64\cdot 1{,}69^2\cdot 20000}{760{,}5\cdot 2\cdot 0{,}15} = 16023{,}70\, J/kg$

4- Les pertes de charges singulières :

▻ Raccords au nombre de $n = \dfrac{20000}{5} = 4000\, raccords$: donc $J_{sR} = \varepsilon_R\cdot\dfrac{V^2}{2}\cdot n = 10^{-3}\cdot\dfrac{1{,}69^2}{2}\cdot 4000 = 5{,}712\, J/kg$

▻ Vannes au nombre de n' = 5 : donc $J_{sV} = \varepsilon_V\cdot\dfrac{V^2}{2}\cdot n' = 0{,}1\cdot\dfrac{1{,}69^2}{2}\cdot 5 = 0{,}714\, J/kg$

▻ Coudes au nombre de n'' = 30 : donc $J_{sC} = \varepsilon_C\cdot\dfrac{V^2}{2}\cdot n'' = \left[0{,}13 + 1{,}85\left(\dfrac{0{,}15}{2\cdot 0{,}4}\right)^{3{,}5}\right]\cdot\dfrac{90}{180}\cdot 1{,}69^2\cdot 30 = 5{,}795 J/kg$

Alors : $J_s = J_{sR} + J_{sV} + J_{sC} = 5{,}712 + 0{,}714 + 5{,}795 = 12{,}221\, J/kg$

5- ▻ La pression de pompage avec les pertes de charges :

Bernoulli généralisé entre A et C sans machine : $\frac{P_C - P_A}{\rho} + \frac{V_C^2 - V_A^2}{2} + g(z_C - z_A) + J_{A-C} = 0$

avec : $P_A = ?; P_C = 0; \rho = 0,9 \cdot 10^3\, kg/m^3; g = 10\, m/s^2; z_C - z_A = 30\, m; V_A = V_C; J_{A-C} = J_r + J_s$

soit : $P_A = P_C + \rho\left[g(z_C - z_A) + J_{A-C}\right]$

donc : $P_A = 900 \cdot \left[(10 \cdot 30) + (16023,70 + 12,221)\right] = 14702328,9\, Pa = 147,023\, bars$

▻ La pression de pompage sans les pertes de charges : $P_A = 270000\, Pa = 2,7\, bars$

6- Énergie massique de pompage et la puissance mécanique :

▻ Énergie massique de pompage : Bernoulli entre O et A avec machine : $W_{O-A} = \frac{P_A - P_O}{\rho} + \frac{V_A^2 - V_O^2}{2} + g(z_A - z_O)$

avec : $V_O = 0; V_A = 1.69\, m/s; P_O = 0; P_A = 147,023\, bar; z_O = z_A = 0; \rho = 0,9 \cdot 10^3\, kg/m^3$

donc : $W_{O-A} = \frac{147,023 \cdot 10^5}{900} + \frac{1.69^2}{2} + 0 = 16337,316\, J/kg$

▻ Puissance hydraulique : $\mathcal{P} = W_{O-A} \cdot \rho \cdot Q_v = 16337,316 \cdot 900 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 441107,532\, watts = 441,107\, kW$

▻ Puissance mécanique : $\mathcal{P}_{méc} = \frac{\mathcal{P}_{Hy}}{\eta} = \frac{441107,532}{0,50465} = 874086,063\, Watts = 874,086\, kW$

Cette étude montre qu'il faut prévoir plusieurs stations de pompage pour acheminer l'hydrocarbure sur cette distance.

App3-

1- Le diamètre des conduites d'aspiration et de refoulement $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \frac{q_v}{C}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 1,5}} = 0,0618\, m = 61,81\, mm$

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = 1,5 \cdot 61,81 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 = 92715 \leq 10^5$ L'écoulement turbulent lisse

3- Les pertes de charges régulières : $J_{1-2} = J_r = \lambda \frac{C^2 \cdot L}{2d} = \frac{0,316}{\Re_e^{0,25}} \cdot \frac{C^2 \cdot L}{2d} = \frac{0,316 \cdot 1,5^2 \cdot 5}{92715^{0,25} \cdot 2 \cdot 0,06181} = 1,64\, J/kg$

4- La pression P_2 à l'entrée de la pompe : Bernoulli entre 1 et 2 sans machine :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0$$

avec $P_1 = 10^5\ Pa; C_1 = 0; C_2 = 1,5\ m/s; z_2 - z_1 = 5\ m$

donc $P_2 = P_1 - \rho\left[\frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2}\right] = 10^5 - 10^3\left[\frac{1,5^2}{2} + 9,81 \cdot 5 + 1,64\right] = 48185\ Pa = 0,48\ bars$

et $0,48\ bars > 0,4\ bars$ donc il n'y a pas, en principe, risque de cavitation.

5- La puissance nette de la pompe : Bernoulli entre 2 et 3 avec machine :

$$W_{2-3} = \frac{P_3 - P_2}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_2^2}{2} + g(z_3 - z_2) + J_{2-3}$$

avec $P_3 = P_0 = 10^5\ Pa; P_2 = 48185\ Pa; C_2 = C_3 = 1,5\ m/s; z_3 - z_2 = 0; J_{2-3} = 0,15\ J/kg$

$$W_{2-3} = \frac{10^5 - 48185}{10^3} + 0 + 0 + 0,15 = 51,965\ J/kg$$

d'où $\mathcal{P}_{nette} = W_{23} \cdot q_m = W_{23} \cdot \rho \cdot q_v = 51,965 \cdot 10^3 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} = 233,8425\ Watts$

6- la puissance absorbée par la pompe : $\mathcal{P}_a = \frac{\mathcal{P}_n}{\eta} = \frac{233,8425}{0,94} = 248,768\, watts$

App4-

1- La vitesse du fluide dans la canalisation : $C = \dfrac{q_v}{S} = \dfrac{4q_v}{\pi \cdot d^2} = \dfrac{4 \cdot 30 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 0{,}1^2} = 3{,}821\ m/s$

Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e = C \cdot \dfrac{d}{\upsilon} = 3{,}821 \dfrac{0{,}1}{10^{-6}} = 38{,}21 \cdot 10^5 \geq 10^5$ L'écoulement turbulent rugueux.

2- La puissance minimale de la pompe : Bernoulli entre 0 et 3 avec machine :

$W_{0-3} = \dfrac{P_3 - P_0}{\rho} + \dfrac{C_3^2 - C_0^2}{2} + g(z_3 - z_0) + J_{0-3}$ avec :

$P_3 = P_0 = 10^5\ Pa; z_3 - z_0 = 40\ m; \Delta z = J_{0-3} = 0{,}1 \cdot 40 = 4\ m; C_3 = C_0 = 0$ (fluide immobile hors du conduite)

$W_{0-3} = 0 + 0 + 9{,}81 \cdot 40 + 9{,}81 \cdot 4 = 431{,}64\ J/kg$

d'où $\mathcal{P}_{\min} = W_{03} \cdot q_m = W_{03} \cdot \rho \cdot q_v = 431{,}64 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 12949{,}2\ Watts$

3- Les pressions à l'entrée et à la sortie de la pompe :

- Pressions à l'entrée de la pompe : Bernoulli entre 0 et 1 sans machine :

$$\frac{P_1 - P_0}{\rho} + \frac{C_1^2 - C_0^2}{2} + g(z_1 - z_0) + J_{01} = 0$$

avec $P_0 = 10^5\ Pa; C_0 = 0; C_1 = 3{,}821\ m/s; z_1 - z_0 = 2\ m; \Delta z = 0{,}1 \cdot 2 = 0{,}2\ m$; donc :

$$P_1 = P_0 - \rho\left[\frac{C_1^2}{2} + g(z_1 - z_0) + J_{01}\right] = 10^5 - 10^3\left[\frac{3{,}821^2}{2} + 9{,}81 \cdot 2 + 9{,}81 \cdot 0{,}2\right] = 71117{,}9795\ Pa = 0{,}71\ bars$$

- Pressions à la sortie de la pompe : Bernoulli entre 2 et 3 sans machine :

$$\frac{P_3 - P_2}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_2^2}{2} + g(z_3 - z_2) + J_{23} = 0$$

avec $P_3 = 10^5\ Pa; C_3 = 0; C_2 = 3{,}821\ m/s; z_1 - z_0 = 38\ m; \Delta z = 0{,}1 \cdot 38 = 3{,}8\ m$; donc :

$$P_2 = P_3 + \rho\left[\frac{-C_2^2}{2} + g(z_3 - z_2) + J_{23}\right] = 10^5 + 10^3\left[\frac{-3{,}821^2}{2} + 9{,}81(38 + 3{,}8)\right] = 502757{,}9795\ Pa = 5{,}027\ bars$$

App5-

1- La perte de charge linéaire entre les sections extrêmes 1 et 2 de la conduite : Bernoulli entre 1et 2 sans machine :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0$$

avec $P_1 = 5{,}4 \cdot 10^5\ Pa; P_2 = 1{,}2 \cdot 10^5\ Pa; C_2 = C_1; z_2 - z_1 = 40\ m;$;

Alors : $J_{1-2} = -\dfrac{P_2 - P_1}{\rho} - 0 - g(z_2 - z_1) = -10^5 \dfrac{1{,}2 - 5{,}4}{1000} - 10 \cdot 40 = 20\ J/kg$

- En hauteur d'eau : $\Delta z = \dfrac{J_{1-2}}{g} = \dfrac{20}{10} = 2\ m$
- En variation de pression : $\Delta P = \rho \cdot J_{1-2} = 10^3 \cdot 20 = 0{,}2\ Pa$

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$\Re e = C \cdot \dfrac{d}{\upsilon} = 5 \cdot \dfrac{0{,}12}{10^{-6}} = 6 \cdot 10^5 \geq 10^5$ L'écoulement turbulent rugueux.

3- Le coefficient de perte de charge linéaire " λ "dans la conduite : $\left|J_{1-2}\right| = \lambda \cdot \dfrac{C^2 \cdot L}{2 \cdot d}$ alors

$$\lambda = \frac{2 \cdot d \cdot \left|J_{1-2}\right|}{C^2 \cdot L} = \frac{2 \cdot 0{,}12 \cdot 20}{25 \cdot 40} = 0{,}0048$$

4- Le travail échangé entre la pompe et un kilogramme d'eau qui la traverse : Bernoulli entre 0 et 1 avec machine :

$$W_{0-1} = \frac{P_1 - P_0}{\rho} + \frac{C_1^2 - C_0^2}{2} + g\left(z_1 - z_0\right) + J_{0-1}$$

avec : $P_1 = 4{,}5 \cdot 10^5 \ Pa; P_0 = 10^5 \ Pa; z_1 = z_0; C_1 = 5 \ m/s; C_0 = 0$ (fluide immobile hors du conduite)

$$W_{0-1} = \frac{5{,}4 - 1}{1000} \cdot 10^5 + \frac{25}{2} + 0 = 452{,}5 \ J/kg$$

5- ➢ Le débit volumique de la pompe : $q_v = C_1 S_1 = 5 \cdot 3{,}14 \cdot \dfrac{0{,}12^2}{4} = 0{,}05652 \ m^3/s$

➢ Le débit massique de la pompe : $q_m = \rho \cdot q_v = 10^3 \cdot 0{,}05652 = 56{,}52 \ kg/s$

6- La puissance absorbée : $\mathscr{P}_a = \dfrac{\mathscr{P}_u}{\eta} = \dfrac{W_{01} \cdot q_m}{\eta} = \dfrac{452{,}5 \cdot 56{,}52}{0{,}85} = 30088{,}58 \ Watts = 30 \ KW$

App6-

1- La célérité C_3 dans la conduite en (m/s) : $C_3 = C \cdot \dfrac{S}{S_3} = 0{,}06 \cdot \left(\dfrac{50}{10}\right)^2 = 1{,}5 \ m/s$

2- ➢ Le débit volumique :

$$q_v = C \cdot S = 0{,}06 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 50^2 \cdot 10^{-6}}{4} = 117{,}75 \cdot 10^{-6} \ m^3/s$$

➢ Le débit massique :

$$q_m = \rho \cdot q_v = 850 \cdot 117{,}75 \cdot 10^{-6} = 0{,}1 \ kg/s$$

3- La pression P_3 d'alimentation du vérin en (pascal) : $P_3 = \dfrac{F_1}{S} = \dfrac{4 \cdot 35 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 50^2 \cdot 10^{-6}} = 17834394{,}904 \ N/m^2$

4- Le travail $W_{1\text{-}2}$ fourni par la pompe en (J/kg) : $W_{1-2} = \mathscr{P}/q_m = \dfrac{2{,}5 \cdot 10^3}{0{,}1} = 25 \cdot 10^3 \ J/kg$

5- La pression de refoulement de la pompe P_2 : $z_2 = z_3$ surface isobare implique : $P_2 = P_3 = 17834394{,}904 \ N/m^2$

6- Les pertes de charge $J_{1\text{-}2}$ en (J/kg) : $J_{1-2} = W_{1-2} - \dfrac{P_2 - P_1}{\rho} - \dfrac{C_2^2 - C_1^2}{2} - g\left(z_2 - z_1\right)$

$$J_{1-2} = 25 \cdot 10^3 - \frac{17834394{,}904 - 10^5}{850} - \frac{1{,}5^2}{2} - 10 \cdot 0{,}5 = 4129{,}88 \ J/kg$$

7- Le rendement de l'installation : $\eta = \dfrac{\mathscr{P}_u}{\mathscr{P}_a} = \dfrac{q_m(W_{1-2} - J_{1-2})}{q_m W_{1-2}} = 1 - \dfrac{J_{1-2}}{W_{1-2}} = 1 - \dfrac{4129{,}88}{25000} = 0{,}834$

App7-

1- L'énergie utile sur l'installation de turbinage :

L'énergie disponible sur l'installation de turbinage : Bernoulli entre 1et 4 avec machine et sans perte de charge :

$$W_{14} = \frac{P_4 - P_1}{\rho} + \frac{C_4^2 - C_1^2}{2} + g\left(z_4 - z_1\right) = g\left(z_4 - z_1\right) = 9{,}81(-420) = -4120{,}2 \ J/kg$$ car $P_1 = P_2; C_2 = C_1$

Alors : $J_{1-4} = \dfrac{4120{,}2}{7} = 588{,}6 \ J/kg$

donc l'installation de turbinage dispose d'une énergie utile : $W_{1-4u} = 4120{,}2 - 588{,}6 = 3531{,}6 \ J/kg$

2- Le nombre de conduites en parallèle pour un écoulement laminaire : Il faut que $\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = \frac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot d \cdot \upsilon} \leq 2300$

On connait la puissance de l'installation : $\mathcal{P} = W_{1-4u} \cdot q_m$

$$\Rightarrow q_m = \frac{\mathcal{P}}{W_{1-4u}} = \frac{10^9}{3531{,}6} = 283157{,}77\ kg/s = 2{,}83 \cdot 10^5\ kg/s$$

L'ensemble de " n " conduites doit avoir un débit volumique : $q_v' = n \cdot q_v = 283\ m^3/s$

L'écoulement laminaire nécessite: $\frac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot d \cdot \upsilon} = \frac{4 \cdot q_v'}{\pi \cdot d \cdot n \cdot \upsilon} \leq 2300\ ; n \geq \frac{4 \cdot q_v'}{\pi \cdot d \cdot 2300 \cdot \upsilon} = \frac{4 \cdot 283}{3{,}14 \cdot 3 \cdot 2300 \cdot 10^{-6}} = 52247{,}76$

donc $n_{mini} = 52248\ canales$

3- La pression à l'entrée des turbines : Bernoulli entre 1et 3 sans machine : $0 = \frac{P_3 - P_1}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_1^2}{2} + g(z_3 - z_1) + J_{1-3}$

avec : $P_1 = 10^5\ Pa; z_3 - z_1 = -420\ m; C_3 = \frac{q_v}{3} \cdot \frac{1}{S} = \frac{283}{3} \cdot \frac{1}{3{,}14 \cdot 1{,}5^2} = 13{,}352\ m/s; C_1 = 0$ donc :

$$P_3 = P_1 - \rho\left[\frac{C_3^2 - C_1^2}{2} + g(z_3 - z_1) + J_{13}\right] = 10^5 - 10^3\left[\frac{13{,}352^2 - 0}{2} + 9{,}81 \cdot (-420) + 588{,}6\right] = 3624924\ Pa = 36{,}24\ bars$$

App8-

1- Moment du couple théorique $\mathfrak{M}_{c(théorique)}$: C'est le moment du couple utile $\mathfrak{M}_{c(utile)}$ divisé par le rendement en couple :

On a : $\eta_{(en\ couple)} = \frac{\mathfrak{M}_{c(utile)}}{\mathfrak{M}_{c(théorique)}}$ Soit $\mathfrak{M}_{c(théorique)} = \frac{\mathfrak{M}_{c(utile)}}{\eta_{(en\ couple)}} = \frac{201}{0{,}85} = 236{,}47\ Nm$

2- Le volume par tour du moteur (cylindrée) : Formule du moment du couple utile d'un moteur hydraulique

On a $\mathcal{P} = P \cdot q_v = \mathfrak{M}_{c(théorique)} \cdot \omega$ et $q_v = Cy \cdot \frac{N}{60}$ Soit $Cy = \frac{60 \cdot \mathfrak{M}_{c(théorique)} \cdot \omega}{P \cdot N} = \frac{60 \cdot \mathfrak{M}_{c(théorique)} \cdot 2\pi \cdot N}{P \cdot N \cdot 60}$

Donc $Cy = \frac{2\pi \cdot \mathfrak{M}_{c(théorique)}}{P} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 236{,}47}{110 \cdot 10^5} = 1{,}35 \cdot 10^{-4}\ m^3 = 0{,}135\ dm^3$

3- Débit utilisé dans le moteur : $q_{v(moteur)} = Cy \cdot \frac{N}{60} = 1{,}35 \cdot 10^{-4}\ \frac{80}{60} = 0{,}18 \cdot 10^{-3}\ m^3/s = 10{,}8\ litres/min$

Et le débit à choisir pour la pompe : $q_{v(pompe)} = \frac{q_{v(moteur)}}{\eta_{(volumitrique)}} = \frac{10{,}8}{0{,}90} = 12\ litres/min$

On remarque que le moteur a un débit de fuite de 12 - 10,8 = 1,2 ℓ /min.

4- Puissance disponible sur l'arbre : $\mathcal{P}_u = \mathfrak{M}_{c(utile)} \cdot \omega = \frac{\mathfrak{M}_{c(utile)} \cdot 2\pi \cdot N}{60} = \frac{201 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 80}{60} = 1683{,}04\ Watts$

5- Puissance reçue (puissance dépensée) : $\mathcal{P} = P \cdot q_v = 110 \cdot 10^5 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{60} = 2200\ Watts$

6- Rendement global : $\eta_g = \frac{Puissance\ utile}{Puissance\ dépensée} = \frac{1683{,}04}{2200} = 0{,}76$

7- La vitesse de l'huile dans la tuyauterie : $C = \frac{q_{v(pompe)}}{S} = \frac{4 \cdot q_{v(pompe)}}{\pi \cdot d_{int}^2} = \frac{4 \cdot 12 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 0{,}008^2 \cdot 60} = 3{,}98\ m/s$

Remarque :

Si, au cours de l'étude, un élève repère ce qui lui semble être une erreur ou fautes de frappe, il le signale au professeur de la matière !!!