

## محور النهايات – مركز النهايات

ذ. محمد البشّار

## نقطة الانعطاف

← محور النهايات:

يكون المستقيم الذي معادلته  $x = a$  محور قائم للمنحنى  $(C_f)$

إذا تحقق الشرطان التاليان:

$$\forall x \in D_f \quad (2a - x) \in D_f \quad \bullet$$

$$\forall x \in D_f \quad f(2a - x) = f(x) \quad \bullet$$

← مركز النهايات:

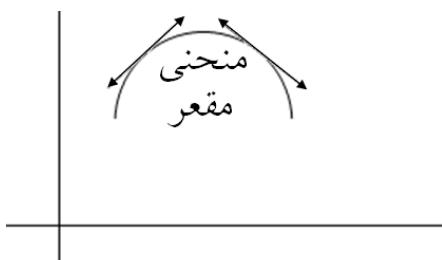
تكون النقطة  $(a, b) I$  مركز قائم للمنحنى  $(C_f)$

إذا تحقق الشرطان التاليان:

$$\forall x \in D_f \quad (2a - x) \in D_f \quad \bullet$$

$$\forall x \in D_f \quad f(2a - x) + f(x) = 2b \quad \bullet$$

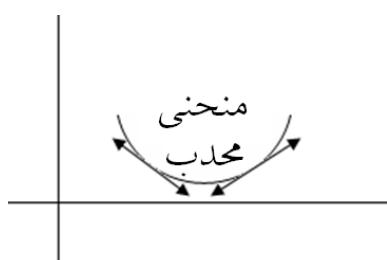
← التغير – التحدب - نقطة الانعطاف:



يكون منحنى دالة مقعرًا على مجال إذا كان يوجد تحت جميع مماساته على هذا المجال

$$\forall x \in I \quad f''(x) \leq 0$$

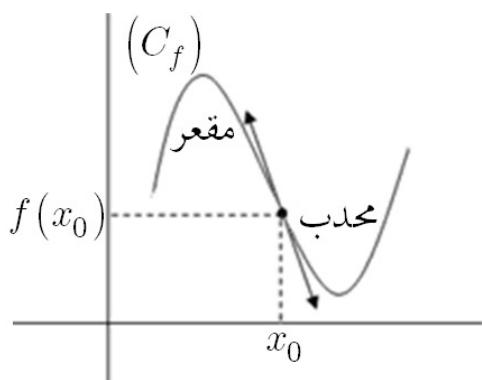
فإن: المنحنى  $(C_f)$  يكون مقعرًا على المجال  $I$



يكون منحنى دالة محدباً على مجال إذا كان يوجد فوق جميع مماساته على هذا المجال

$$\forall x \in I \quad f''(x) \geq 0$$

فإن: المنحنى  $(C_f)$  يكون محدباً على المجال  $I$



نقطة انعطاف منحنى دالة هي نقطة من المنحنى التي عندها يتغير تغيره هذا المنحنى

إذا كانت  $f''$  تنعدم في  $x_0$  مع تغيير الإشارة

فإن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف أقصولها  $x_0$

إذا كانت  $f'$  تنعدم في  $x_0$  دون تغيير الإشارة

فإن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف أقصولها  $x_0$