



3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمرشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
11 نقطة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	المسألة

التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(0, -2, -2)$ و $B(1, -2, -4)$ و $C(-3, -1, 2)$

(1) بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ثم استنتج أن $2x + 2y + z + 6 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

(2) لتكن (S) الفلكة التي معادلتها: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$

تحقق من أن مركز الفلكة (S) هو $\Omega(1, 0, 1)$ وأن شعاعها هو $R = 5$

(3) أ- تحقق من أن $(t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (ABC)

ب- حدد إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC)

(4) تحقق من أن $d(\Omega, (ABC)) = 3$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة شعاعها 4 يتم تحديد مركزها.

التمرين الثاني (3 نقط):

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $2z^2 + 2z + 5 = 0$

(2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$

أ - أكتب على الشكل المثلي العدد العقدي $d = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

ب - لتكن النقطة A التي لحقها $a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ و B صورة النقطة A بالدوران R ليكن b لحق النقطة B ، بين أن $b = d.a$

(3) لتكن t الإزاحة التي متجهتها \overline{OA} و النقطة C صورة B بالإزاحة t و c لحق النقطة C

أ - تحقق من أن $c = b + a$ ثم استنتج أن $c = a \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$ (يمكنك استعمال السؤال 2 ب-)

ب - حدد $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAC متساوي الأضلاع.

التمرين الثالث (3 نقط):

يحتوي صندوق على 9 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس: خمس كرات حمراء تحمل الأعداد 2 ; 2 ; 2 ; 1 ; 1 ; 1

و أربع كرات بيضاء تحمل الأعداد 2 ; 2 ; 2 ; 1

نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا و تأتيا 3 كرات من الصندوق.

لتكن الأحداث: A : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون" و B : "الكرات الثلاث المسحوبة تحمل نفس العدد"

و C : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون و تحمل نفس العدد"

(1) بين أن: $p(A) = \frac{1}{6}$ و $p(B) = \frac{1}{4}$ و $p(C) = \frac{1}{42}$

(2) نعيد التجربة السابقة 3 مرات مع إعادة الكرات الثلاث المسحوبة إلى الصندوق بعد كل سحبة، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي

يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A

أ- حدد وسيطي المتغير العشوائي الحدائي X

ب- بين أن: $p(X = 1) = \frac{25}{72}$ و احسب $p(X = 2)$

المسألة (11 نقطة) :

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$
الجدول جانبه يمثل جدول تغيرات الدالة g

(1) تحقق من أن $g(0) = 0$ 0.25

(2) حدد إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]-\infty, 0]$ و $[0, +\infty[$ 0.5

II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1cm)

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(1) أ- تحقق من أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثم بين أن لكل x من \mathbb{R} $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$ 0.5

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل مقاربا (D) بجوار $+\infty$ معادلته $y = x$ 0.75

ج - تحقق من أن لكل x من \mathbb{R} $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 0.5

د - بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا. 0.5

(2) أ- تحقق من أن $f(x) - x$ و $x^2 - x$ لهما نفس الإشارة لكل x من \mathbb{R} 0.25

ب - استنتج أن (C) يوجد فوق (D) على كل من المجالين $]-\infty, 0]$ و $[1, +\infty[$ وتحت (D) على المجال $[0, 1]$ 0.5

(3) أ - بين أنه لكل x من \mathbb{R} لدينا $f'(x) = g(x)e^{-x}$ 0.75

ب - استنتج أن الدالة f تناقصية على $]-\infty, 0]$ و تزايدية على $[0, +\infty[$ 0.5

ج - ضع جدول تغيرات الدالة f 0.25

(4) أ- تحقق من أن $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$ لكل x من \mathbb{R} 0.25

ب- استنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف أفصولا هما على التوالي هما 1 و 4 0.5

(5) أنشئ (D) و (C) في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (تأخذ $4.2 \square f(4)$) 1

(6) أ - بين أن الدالة $H : x \mapsto (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto -x^2 e^{-x}$ على \mathbb{R} 0.5

$$\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e - 5}{e}$$

ثم استنتج أن

$$\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e - 2}{e}$$

ب - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن 0.75

ج - احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 0$ 0.75

III - لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

(1) بين أن $0 \leq u_n \leq 1$ لكل n من \mathbb{N} (يمكن استعمال نتيجة السؤال II-3) ب- 0.75

(2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . 0.5

(3) استنتج أن (u_n) متقاربة و حدد نهايتها. 0.75