تمارين : المعادلات التفاضلية

01.

1. أ- حل المعادلة التفاضلية $2y'=0$.
   ب- $y'=-5y$
2. حل $y'=5y+1$ ثم حدد الحل الذي يحقق: $g(0)=2$
3. أ- حل المعادلة التفاضلية: $(E): y'+2y=0$
   ب- بين أن : $y_0=e^{-3x}$ حل للمعادلة $(E'): y'+2y=-e^{-3x}$

02.

1. أ- حل المعادلة التفاضلية: $(E): y''+4y'+4y=0$.
   ب- حدد الحل g الذي يحقق $g(1)=0$ و $g'(0)=1$.
2. حل المعادلة التفاضلية: $(E): y''-2y'-8y=0$.
3. حل المعادلة التفاضلية: $(E): y''-y'+y=0$.

03.

1. حل المعادلة التفاضلية: $(E): y'+2y=0$
2. بين أن : $y_0=e^{-3x}$ حل للمعادلة $(E'): y'+2y=-e^{-3x}$

تمارين : حساب التكامل

01.

أحسب التكاملات التالية:

1. $\int_1^3 (3x-2)dx$ و $\int_2^3 -\frac{1}{x^2}dx$ و $\int_4^{16} \frac{1}{2\sqrt{x}}dx$
2. $\int_1^2 (5x+7)^3 dx$ و $\int_1^2 x.(3x^2+2)^5 dx$ و $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}dx$
3. $\int_1^e \frac{\ln^2(x)}{x}dx$ و $\int_{-1}^0 (2e^x+5x)dx$ و $\int_1^e \frac{1}{t\ln t}dt$
4. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ و $\int_0^{\frac{\pi}{5}} \sin(5x)dx$ ، $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 5x \cos 3x dx$
5. $\int_1^e \frac{1}{x}dx$ و $\int_1^3 \frac{1}{x+2}dx$ و $\int_2^3 \frac{2x+2}{x^2+2x}dx$
6. $\int_0^1 e^{5x}dx$ و $\int_0^{\ln(2)} \frac{3e^x}{e^x+2}dx$ و $\int_0^3 |x-1|dx$.

02.

حدد العدد الحقيقي $\lambda>0$ حيث : $\int_2^{\lambda}(x+7)dx=20$

03.

1. حدد a و b من $\mathbb{R}$ حيث: $\frac{2x+1}{x-3}=a+\frac{b}{x-3}$ مع $x\neq 3$
2. استنتج قيمة التكامل: $\int_0^2 \frac{2x+1}{x-3}dx$.

04.

أحسب التكامل باستعمال المكاملة بالأجزاء:

1. $A=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2x dx$
2. $B=\int_1^{\lambda} \ln(x-1)dx$ مع $\lambda>1$

05.

نضع $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}dx$ و $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x+\cos x}dx$

1. أحسب التكامل: $I+J$ ثم $I-J$
2. استنتج قيمة التكامل J ثم قيمة التكامل I.

06.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$

1. بين أن: $\forall x\in[1,+\infty[: \frac{1}{2x^2}\leq\frac{1}{1+x^2}\leq\frac{1}{x^2}$
2. استنتج تأطير للتكامل: $\int_1^{\lambda}\frac{1}{1+x^2}dx$ مع $\lambda>1$.
3. استنتج : $\lim_{\lambda\to+\infty}\int_1^{\lambda}\frac{1}{1+x^2}dx$.

07.

قارن التكاملين I و J بدون حساب لقيمتيهما.

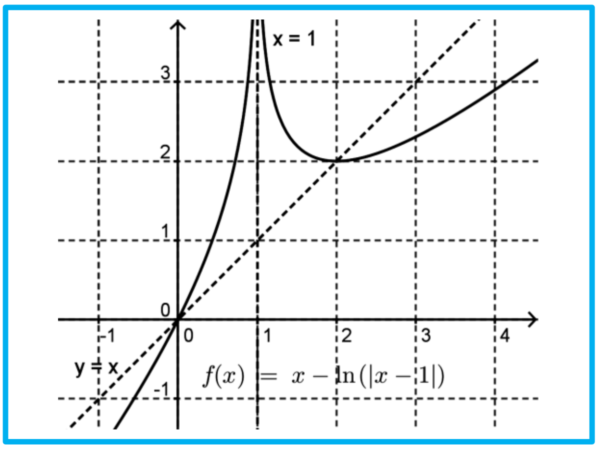
$J=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2}{3}} -\ln(x)dx$ و $I=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2}{3}} x^2\ln(x)dx$

تمارين : المعادلات التفاضلية + حساب التكامل

.08

دالة عددية و (C_f) منحناها في م.م.م $(0,\vec{i},\vec{j})$ ($\|\vec{i}\|=1cm$) f

حيث : $f(x)=x-\ell n(|x-1|)$.



ليكن λ من $]1,2[$ و ليكن Δ حيز النقط $M(x,y)$ حيث:

$\lambda \le x \le 2$ و $x \le y \le f(x)$ (أي الحيز المحصور بين المنحنى والمستقيمات $(y=x \;;\; x=2 \;;\; x=\lambda)$. لون الحيز Δ .

1. أحسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز Δ ثم $\lim\limits_{\lambda \to 1^+} A(\lambda)$.

.09

نضع : $K_0=\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$ و $K_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x)dx \;;\; n\in\mathbb{N}^*$

1. أحسب : K_0 و K_1 .

2. بين أن : $K_{n+1}=\dfrac{n}{n+1}K_{n-1}$ (يمكنك استعمال المكاملة بالأجزاء) ،

3. استنتج K_2 ثم K_3 .

.10

1. أعط إخطاط ل $f(x)=\cos^3 x$ ثم استنتج دالة أصلية ل f

2. أحسب: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^3 x dx$.

3. أحسب : $K=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^3 x dx$

.11

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ (الوحدة $1\ cm$)

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين على $[0,2]$ بما يلي :

$f(x)=x$ و $g(x)=x^2+\dfrac{1}{2}$.

ليكن (C_f) و (C_g) منحنيهما في المعلم $(0,\vec{i},\vec{j})$.

1. نحسب V_f حجم مجسم المولد بدوران (C_f) حول محور الأفاصيل على المجال $[0,2]$.

2. نحسب V_g حجم مجسم المولد بدوران (C_g) حول محور الأفاصيل على المجال $[0,2]$.

3. نحسب V_c حجم (S_C) مجسم المولد بدوران للحيز (S) من المستوى المحصور بين المنحنيين حول محور الأفاصيل على $[0,2]$.

4. لون المجسم (S_C).