

## المعادلات التفاضلية

## ع 2

## 1. المعادلات التفاضلية من الدرجة الاولى

تعريف : ( المعادلة  $y' = ay$  )

ليكن  $a$  عددا حقيقيا . المعادلة  $y' = ay$  ذات الجهور الدالة العددية  $y$  قابلة للاشتقاق على  $R$  تسمى معادلة تفاضلية من الرتبة الاولى .

ملاحظة :

اذا كان  $a = 0$  فان المعادلة تصبح  $y' = 0$  و بالتالي  $y$  دالة ثابتة .

خاصية : ( حل المعادلة  $y' = ay$  )

ليكن  $a$  عددا حقيقيا غير منعدم .

الحل العام للمعادلة التفاضلية  $y' = ay$  هو  $y = \alpha e^{ax}$  حيث

$$\alpha \in R$$

خاصية : ( حل المعادلة  $y' = ay$  بشرط بدئي )

ليكن  $a$  و  $x_0$  و  $\beta$  اعداد حقيقية حيث  $a \neq 0$  .

$$\begin{cases} y' = ay \\ y(x_0) = \beta \end{cases} \quad \text{النظمة}$$

تقبل حلا وحيدا وهو  $y = \beta e^{a(x-x_0)}$

خاصية : ( حل المعادلة  $y' = ay + b$  )

ليكن  $a$  و  $b$  اعداد حقيقية غير منعدمة .

الحل العام للمعادلة التفاضلية  $y' = ay + b$  هو  $y = \alpha e^{ax} - \frac{b}{a}$  حيث

$$\alpha \in R$$

## 2. المعادلات التفاضلية من الدرجة الثانية :

تعريف : ( المعادلة  $y'' + ay' + by = 0$  )

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين . المعادلة  $y'' + ay' + by = 0$  ذات الجهور الدالة العددية  $y$  قابلة للاشتقاق مرتين على  $R$  تسمى معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية .

ملاحظة :

اذا كان  $b = 0$  و  $a \neq 0$

فان المعادلة  $y'' + ay' + by = 0$  تصبح  $z' + az = 0$  حيث

$z = y'$  و بالتالي نعود الى حلول المعادلة من الدرجة الاولى .

اذا كان  $b = 0$  و  $a = 0$  فان المعادلة  $y'' + ay' + by = 0$  تصبح

$y'' = 0$  و بالتالي  $y = \alpha x + \beta$  حيث  $(\alpha, \beta) \in R^2$

خاصية : ( حل المعادلة  $y'' + ay' + by = 0$  )

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين . حيث  $b \neq 0$

نعتبر المعادلة  $y'' + ay' + by = 0$  .

المعادلة  $r^2 + ar + b = 0$  حيث  $r$  عدد عقدي تسمى معادلتها المميزة .  
ليكن  $\Delta$  مميز هذه الاخيرة .

اذا كان  $\Delta > 0$  فان المعادلة المميزة تقبل حلين حقيقيين مختلفين  $r_1$  و  $r_2$

والحل العام للمعادلة التفاضلية هو الدوال العددية

$$y = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x} \quad \text{حيث } (\alpha, \beta) \in R^2$$

اذا كان  $\Delta = 0$  فان المعادلة المميزة تقبل حلا مزدوجا  $r$  والحل العام

للمعادلة التفاضلية هو الدوال العددية  $y = (\alpha x + \beta) e^{rx}$  حيث

$$(\alpha, \beta) \in R^2$$

اذا كان  $\Delta < 0$  فان المعادلة المميزة تقبل حلين عقديين مترافقين

$p + iq$  و  $p - iq$  والحل العام للمعادلة التفاضلية هو

الدوال  $y = (\alpha \cos qx + \beta \sin qx) e^{px}$  حيث  $(\alpha, \beta) \in R^2$

## حالات خاصة :

ليكن  $\omega$  عددا حقيقيا غير منعدم

الحل العام للمعادلة  $y'' - \omega^2 y = 0$  هو  $y = \alpha e^{\omega x} + \beta e^{-\omega x}$  حيث

$$(\alpha, \beta) \in R^2$$

الحل العام للمعادلة  $y'' + \omega^2 y = 0$  هو  $y = \alpha \cos \omega x + \beta \sin \omega x$  .

حيث  $(\alpha, \beta) \in R^2$  .

