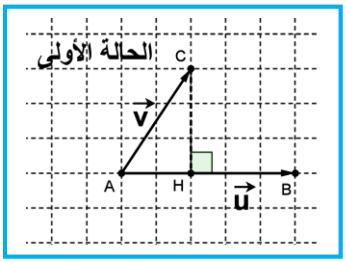
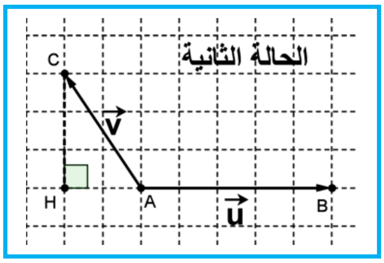
درس : الجداء السلمي في الفضاء و تطبيقاته

I. الجداء السلمي في الفضاء:





لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين من الفضاء المتجهي V_3 و **A** و **B** و **C** نقط من الفضاء $(\mathcal{E})$ حيث $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$

الجداء السلمي للمتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو :

- في الحالة 1 هو: $\vec{u}.\vec{v}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AH$
- في الحالة 2 هو: $\vec{u}.\vec{v}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-AB\times AH$

01. تعريف:

ليكن $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$ متجهتين غير منعدمتين من الفضاء V_3 و **H** المسقط العمودي ل **C** على (AB).

الجداء السلمي ل $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و يرمز له ب $\vec{u}.\vec{v}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ هو:

- العدد الحقيقي $AB\times AH$ إذا كان $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس المنحى
- العدد الحقيقي $-AB\times AH$ إذا كان $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما منحيان $\neq$
- إذا كان $\vec{u}=\vec{0}$ أو $\vec{v}=\vec{0}$ فإن $\vec{u}.\vec{v}=0$ (الجداء السلمي منعدم)

02. ملاحظات :

أ- $\vec{u}.\vec{u}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}=AB\times AB=AB^2\geq 0$

ب- $\vec{u}.\vec{u}$ يسمى المربع السلمي ل $\vec{u}$ ويرمز له ب: $\vec{u}.\vec{u}=\vec{u}^2$.

ج- العدد الحقيقي الموجب: $\sqrt{\vec{u}.\vec{u}}=AB$ يسمى منظم المتجهة $\vec{u}$ ويرمز له ب: $\|\vec{u}\|=\sqrt{\vec{u}^2}=\sqrt{\vec{u}.\vec{u}}=AB$

د- $\vec{u}.\vec{v}=0\Leftrightarrow \vec{v}\perp\vec{u}$

هـ- $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ أو $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

و- ($\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان) $\Leftrightarrow |\vec{u}.\vec{v}|=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|$.

03. خاصيات:

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ متجهات من V_3 و α من $\mathbb{R}$ لدينا :

أ- $\vec{u}.\vec{v}=\vec{v}.\vec{u}$ (تماثلية الجداء السلمي).

ب- $\begin{cases}\vec{u}.\left(\vec{v}+\vec{w}\right)=\vec{u}.\vec{v}+\vec{u}.\vec{w}\\ \left(\vec{v}+\vec{w}\right).\vec{u}=\vec{v}.\vec{u}+\vec{w}.\vec{u}\\ \vec{u}.\left(\alpha\vec{v}\right)=\left(\alpha\vec{u}\right).\vec{v}=\alpha\left(\vec{u}.\vec{v}\right)\end{cases}$ (خطانية الجداء السلمي)

ج- $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)^2=\vec{u}^2+2\vec{u}.\vec{v}+\vec{v}^2$

د- $\left(\vec{u}-\vec{v}\right)^2=\vec{u}^2-2\vec{u}.\vec{v}+\vec{v}^2$

هـ- $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\left(\vec{u}-\vec{v}\right)=\vec{u}^2-\vec{v}^2$.

درس : الجداء السلمي في الفضاء و تطبيقاته

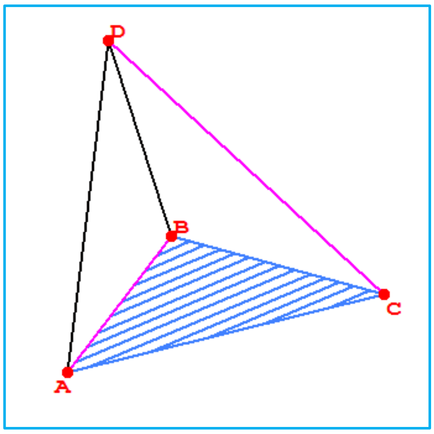
04. تمرين تطبيقي :

ليكن ABCD رباعي أوجه منتظم (كل وجه هو مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه هو a) .

1. بين أن : ضلعين متقابلين هما متعامدين (مثال الضلع المقابل للضلع $[AB]$ هو الضلع $[DC]$) .

جواب :

1. نبين أن : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$.



لدينا : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=a\times a\cos\frac{\pi}{3}=\frac{a^2}{2}$. (1)

وكذلك : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=AB\times AD\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)=a\times a\cos\frac{\pi}{3}=\frac{a^2}{2}$. (2)

ومنه :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}&=\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)\\&=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\\&=\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{2}\end{aligned}$$

(حسب (1) و (2))

وبالتالي : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$.

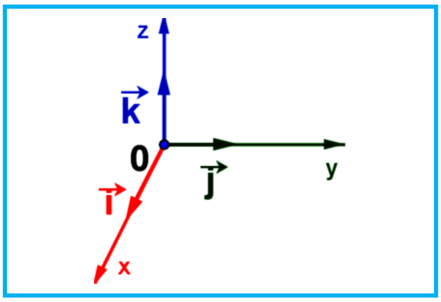
خلاصة : $(AB)\perp(CD)$.

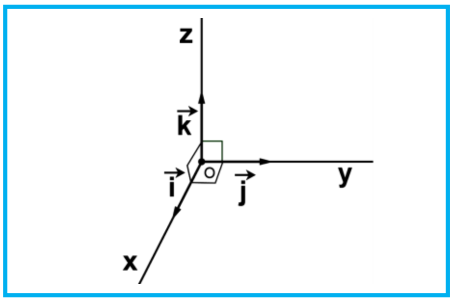
بنفس الطريقة نبين أن : $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AD}=0$ و $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}=0$.

II. معلم متعامد ممنظم – أساس متعامد ممنظم.

01. تعاريف:

- $\left(\vec i,\vec j,\vec k\right)$ أساس في الفضاء V_3 يكافئ $\vec i$ و $\vec j$ و $\vec k$ غير مستوائية من الفضاء $\left(\det\left(\vec i,\vec j,\vec k\right)\neq 0\right)$
- أخذ نقطة O من الفضاء؛ الرباعي $\left(O,\vec i,\vec j,\vec k\right)$ يسمى معلم في الفضاء،
  نقول أن الفضاء منسوب إلى المعلم $\left(O,\vec i,\vec j,\vec k\right)$ أو أيضا الفضاء مزود بالمعلم $\left(O,\vec i,\vec j,\vec k\right)$.
- $\left(\vec i,\vec j,\vec k\right)$ أساس في الفضاء V_3 هو أساس متعامد ممنظم يكافئ $\vec k.\vec j=\vec k.\vec i=\vec j.\vec i=0$ و $\|\vec j\|=\|\vec i\|=\|\vec k\|=1$.
  و في هذه الحالة المعلم $\left(O,\vec i,\vec j,\vec k\right)$ يسمى معلم متعامد ممنظم





III. تحليلية الجداء السلمي في الفضاء

باقي فقرات الدرس المتبقية الفضاء نرمز له ب $(\mathcal{E})$ و منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec i,\vec j,\vec k\right)$. و $\vec u(x,y,z)=x\vec i+y\vec j+z\vec k$ و $\vec v(x',y',z')=x'\vec i+y'\vec j+z'\vec k$ متجهتين من الفضاء V_3 .

$\vec u(x,y,z)=x\vec i+y\vec j+z\vec k$ و $\vec v(x',y',z')=x'\vec i+y'\vec j+z'\vec k$ متجهتين من $(\mathcal{P})$

درس : الجداء السلمي في الفضاء و تطبيقاته

1) أحسب $\vec{u}.\vec{v}$ بدلالة x و y و z و x' و y' و z' ثم $\|\vec{u}\|$ بدلالة x و y و z .

2) أعط شرط ضروري وكافي لتعامد $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بدلالة x و y و z و x' و y' و z' .

3) أحسب المسافة: AB مع $A(x_A,y_A,z_A)$ و $B(x_B,y_B,z_B)$.

4) أعط الخاصية:

01. خاصيات:

- الجداء السلمي ل $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو $\vec{u}.\vec{v}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=xx'+yy'+zz'$
- منظم المتجهة $\vec{u}$ هو : $\|\vec{u}\|=\sqrt{\vec{u}.\vec{u}}=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.
- المسافة بين A و B هي : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$

02. مثال :

نعتبر $\vec{u}(1,2,3)$ و $\vec{v}(5,7,4)$ متجهتين من الفضاء و $A(1,5,7)$ و $B(2,9,8)$

1. أحسب $\vec{u}.\vec{v}$ و $\|\vec{u}\|$ و $\|\vec{v}\|$ ثم المسافة AB .

لدينا :

- $\vec{u}.\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}5\\7\\4\end{pmatrix}=1\times5+2\times7+3\times4=31$.
- $\|\vec{u}\|=\sqrt{1^2+2^2+3^2}=\sqrt{14}$ و $\|\vec{u}\|=\sqrt{5^2+7^2+4^2}=\sqrt{88}$.
- لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\4\\1\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-1\\9-5\\8-7\end{pmatrix}$ ومنه : $AB=\sqrt{1^2+4^2+1^2}=\sqrt{18}$

خلاصة : $\vec{u}.\vec{v}=31$ و $\|\vec{u}\|=\sqrt{14}$ و $\|\vec{u}\|=\sqrt{88}$ و $AB=\sqrt{18}$

IV. مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث : $\vec{u}.\overrightarrow{AM}=k$ مع $k\in\mathbb{R}$

01. خاصية:

$A(x_A,y_A,z_A)$ نقطة و $\vec{u}(a,b,c)$ متجهة غير منعدمة من الفضاء و k من $\mathbb{R}$ ؛ مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث: $\vec{u}.\overrightarrow{AM}=k$ هي مستوى معادلته تكتب على شكل : $ax+by+cz+d=0$.

02. مثال: $A(1,1,1)$ و $\vec{u}(0,1,0)$

نحدد (P) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء $(\mathcal{E})$ حيث : $\vec{u}.\overrightarrow{AM}=k$

لدينا : $M(x,y,z)\in(P)\Leftrightarrow\vec{u}.\overrightarrow{AM}=0\Leftrightarrow\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}x-1\\y-1\\z-1\end{pmatrix}=0$

$$\Leftrightarrow 0.(x-1)+1(y-1)+0(z-1)=0$$

$$\Leftrightarrow y-1=0$$

درس : الجداء السلمي في الفضاء و تطبيقاته

خلاصة : المجموعة (P) هي المستوى الذي معادلته : $y=1$

V. مستوى معرف بنقطة ومتجهة منظمية عليه:

01. متجهة منظمية على مستوى:

أ- تعريف:

متجهة منظمية على مستوى (P) هي: كل متجهة $\vec{n}$ غير منعدمة و يكون اتجاهها عموديا على المستوى (P).

ب- نتيجة:

$\vec{n}$ منظمية على المستوى (P) يكافئ أن: $\vec{n}$ متعامدة مع متجهتين موجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ للمستوى (P).

02. خاصية:

أ- خاصية :

a و b و c و d من $\mathbb{R}$ مع $(a,b,c)\neq(0,0,0)$.
مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث: $ax+by+cz+d=0$ هي مستوى و المتجهة الغير المنعدم $\vec{n}(a,b,c)$ منظمية على هذا المستوى.

ب- أمثلة :

- ماذا تمثل مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق ما يلي : $x+2y-z+4=0$.
  مجموعة النقط هي المستوى (P) حيث $\vec{n}(1,2,-1)$ منظمية على (P) و المارة من $A(0,0,4)$ (لإن إحداثيات A تحقق المعادلة)
- نجد معادلة ديكارتية للمستوى (P) المار من $A(2,1,-3)$ و متجهة منظمية عليه هي $\vec{n}(1,1,2)$.
  ليكن $M(x,y,z)$ من الفضاء.
  لدينا :
  $$M(x,y,z)\in(P)\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{n}=0$$
  $$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-2\\ y-1\\ z+3\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}=0$$
  $$\Leftrightarrow (x-2)\times1+(y-1)\times1+(z+3)\times2=0$$
  $$\Leftrightarrow x+y+2z+3=0$$

خلاصة : معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي : $(P)\ :\ x+y+2z+3=0$.

ج- ملحوظة :

- المستوى السابق نرمز له ب: $P(A,\vec{n})$ أو $P\left(A(0,0,4),\vec{n}(1,2;-1)\right)$
- مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث: $\vec{n}.\overrightarrow{AM}=0$ هي المستوى (P) المار من A و متجهة منظمية على (P) هي $\vec{n}$ (أي $P(A,\vec{n})$).

د- خاصية :

الفضاء $(\mathcal{E})$ منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
كل مستوى (P) يقبل معادلة (تسمى ديكارتية) على شكل : $ax+by+cz+d=0$ مع $(a,b,c)\neq(0,0,0)$.
المتجهة $\vec{n}(a,b,c)$ منظمية على هذا المستوى.

هـ- برهان :

نبين أن : $\vec{n}(a,b,c)$ منظمية على هذا المستوى .

لدينا : $M(x,y,z)\in(P)\Leftrightarrow ax+by+cz+d=0 \ ; (1)$

$$A(x_0,y_0,z_0)\in(P)\Leftrightarrow ax_0+by_0+cz_0+d=0 \ ; (2)$$

فرق ل (1) مع (2) نحصل على : $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$.

ومنه : $\begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}=0$.

أي : $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=0$

ومنه : $\overrightarrow{AM}\perp\vec{n}$

خلاصة : $\vec{n}(a,b,c)$ منظمية على هذا المستوى .

VI. مسافة نقطة عن مستوى :

01. تعريف:

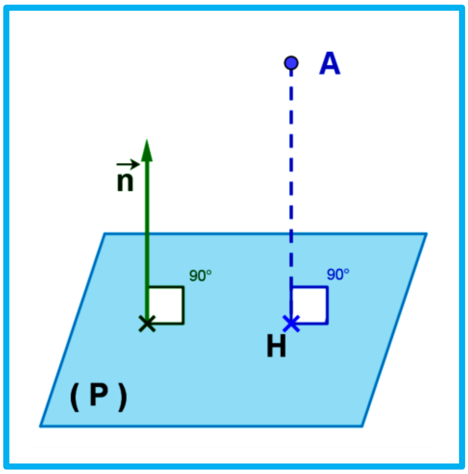
(P) مستوى من الفضاء و A نقطة من الفضاء و النقطة H المسقط العمودي ل A على المستوى (P) المسافة AH تسمى المسافة للنقطة A عن المستوى (P) ونرمز لها ب : $AH=d(A,(P))$.

02. خاصية:

A نقطة من الفضاء و (P) مستوى من الفضاء الذي معادلته هي: $ax+by+cz+d=0$ مسافة النقطة A عن المستوى (P) هي: $AH=d(A,(P))=\dfrac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

03. برهان :

لنعتبر (P) مستوى من الفضاء معادلته $ax+by+cz+d=0$ و $A(x_A,y_A,z_A)$ نقطة من الفضاء و $H(x_H,y_H,z_H)$ المسقط العمودي ل A على المستوى (P) .



نعلم أن :

- $\vec{n}(a,b,c)$ منظمية على (P) . ($\vec{n}\perp(P)$)
- H المسقط العمودي ل A على المستوى (P) . ($\overrightarrow{AH}\perp(P)$ و $ax_H+by_H+cz_H+d=0$ لأن $H\in(P)$) .
- من خلال $ax_H+by_H+cz_H+d=0$ فإن: $ax_H+by_H+cz_H=-d$

ومنه : $\vec{n}$ و $\overrightarrow{AH}$ مستقيميتين و بالتالي : $\exists t\in\mathbb{R} / \overrightarrow{AH}=t\vec{n}$.

من جهة أخرى :

الجداء السلمي ل $\vec{n}$ و $\overrightarrow{AH}$ هو :

$$\overrightarrow{AH}.\vec{n}=\begin{pmatrix} x_H-x_A \\ y_H-y_A \\ z_H-z_A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$=a(x_H-x_A)+b(y_H-y_A)+c(z_H-z_A)$$

$$= ax_A + by_A + cz_A - \left(\underbrace{ax_H + by_H + cz_H}_{-d}\right)$$

$$= ax_A + by_A + cz_A + d$$

إذن : $\left|\overrightarrow{AH}.\vec{n}\right| = \left|ax_A + by_A + cz_A + d\right| \quad (1)$

نعلم أن : $\vec{n}$ و $\overrightarrow{AH}$ مستقيميتين إذن : $\left|\overrightarrow{AH}.\vec{n}\right| = AH\left\|\vec{n}\right\|\left|\cos\left(\overline{\overrightarrow{AH},\vec{n}}\right)\right| = AH\left\|\vec{n}\right\|$ أي $\left|\overrightarrow{AH}.\vec{n}\right| = AH\left\|\vec{n}\right\| \quad (2)$.

من خلال : (1) و (2) نستنتج أن : $AH\left\|\vec{n}\right\| = \left|ax_A + by_A + cz_A + d\right|$.

ومنه : $AH = \dfrac{\left|ax_A + by_A + cz_A + d\right|}{\left\|\vec{n}\right\|}$

04. مثال:

لنعتبر المستوى $P\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ و النقطة $A(0,0,m)$ و $m \in \mathbb{R}$

1) حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P).

2) أحسب مسافة النقطة A عن المستوى (P).

3) ماذا تمثل الحالة التي تكون فيها $d\left(A,(P)\right) = 0$.

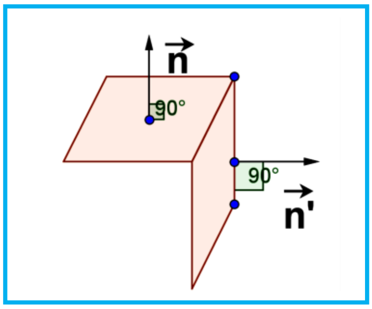
VII. الأوضاع النسبية للمستقيمات و المستويات و التعامد

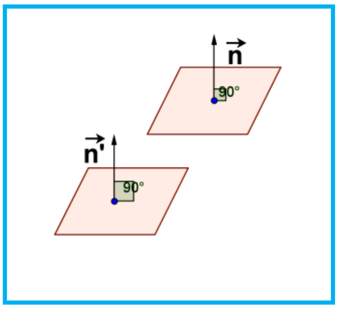
01. خاصية 1:

$(P_1): ax + by + cz + d = 0$ و $(P_2): a'x + b'y + c'z + d' = 0$ مستويين من الفضاء و $\vec{n}(a,b,c)$ و $\vec{n}'(a',b',c')$

منظميتين على (P_1) و (P_2) على التوالي

- $(P_1) \parallel (P_2)$ يكافئ $\vec{n}$ و $\vec{n}'$ مستقيميتين
- $(P_1) \perp (P_2)$ يكافئ $\vec{n}'.\vec{n} = 0$ (الجداء السلمي = 0)

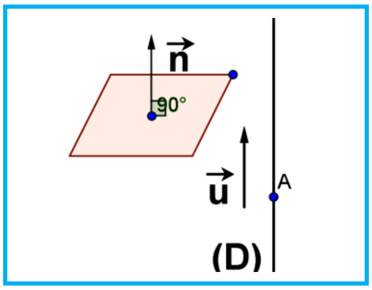


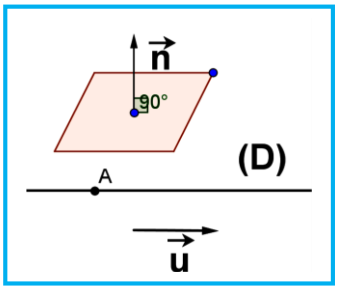


02. خاصية 2:

$P\left(A,\vec{n}\right)$ مستوى من الفضاء و $D\left(A,\vec{u}\right)$ مستقيم من الفضاء.

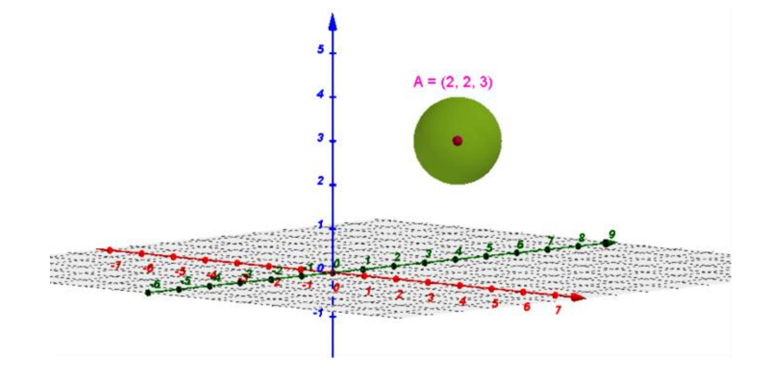
- $(P) \parallel (D)$ يكافئ $\vec{u}.\vec{n} = 0$ (الجداء السلمي = 0)
- $(P) \perp (D)$ يكافئ $\vec{n}$ $\vec{u}$ مستقيميتين.





VIII. دراسة تحليلية للفلكة:

01. فلكة:



- تعريف:

Ω نقطة من الفضاء و R عدد حقيقي موجب قطعا $(R>0)$

الفلكة (S) التي مركزها Ω و شعاعها R هي مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\Omega M = R$ ونرمز لها ب: $S(\Omega,R)$.

A و B نقطتين من (S) حيث Ω منتصف القطعة $[AB]$ هذه القطعة تسمى قطر للفلكة (S) ونرمز للفلكة كذلك ب: $S_{[AB]}$.

02. معادلة ديكارتية لفلكة $S(\Omega,R)$:

- خاصية:

معادلة ديكارتية للفلكة $S(\Omega(a,b,c),R)$ هي :

- $(x-a)^2+(y-a)^2+(z-a)^2=R^2$ أو أيضا
- $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ مع $d=a^2+b^2+c^2-R^2$

- مثال:

معادلة ديكارتية للفلكة: $S(O,1)$ هي: $x^2+y^2+z^2=1$

03. معادلة ديكارتية لفلكة $S_{[AB]}$:

- خاصية:

A و B نقطتين مختلفتين من الفضاء.

مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ هي الفلكة $S_{[AB]}$ التي معادلتها الديكارتية هي:

$$(x-x_A)(x-x_B)+(y-y_A)(y-y_B)+(z-z_A)(z-z_B)=0$$

- برهان :

نعتبر I منتصف $[AB]$ (أي مركز الفلكة (S))

لدينا :

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=0$$
$$\Leftrightarrow MI^2+\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)+\overrightarrow{IA}.\left(-\overrightarrow{IA}\right)=0$$
$$\Leftrightarrow MI^2+\overrightarrow{MI}.\vec{0}-IA^2=0$$
$$\Leftrightarrow MI^2=IA^2$$
$$\Leftrightarrow MI=IA$$
$$\Leftrightarrow M\in S_{(I,r=IA)}$$

درس : الجداء السلمي في الفضاء و تطبيقاته

خلاصة : مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ هي الفلكة التي مركزها I منتصف $[AB]$ و شعاعها $r=IA=\frac{AB}{2}$ أو أيضا الفلكة $S_{[AB]}$ التي قطرها $[AB]$.

- **مثال:**

$A(0,1,0)$ و $B(0,-1,0)$. حدد معادلة ديكارتية للفلكة $S_{[AB]}$

$$M(x,y,z)\in S_{[AB]} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y-1 \\ z \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} x \\ y+1 \\ z \end{pmatrix}=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=1;\ \left(\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0\right)$$

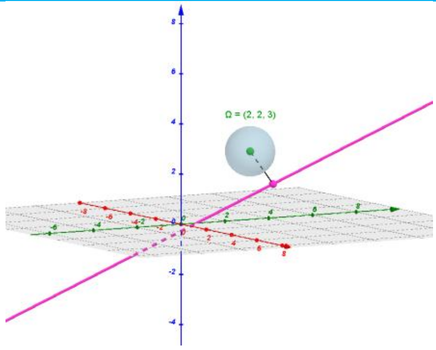
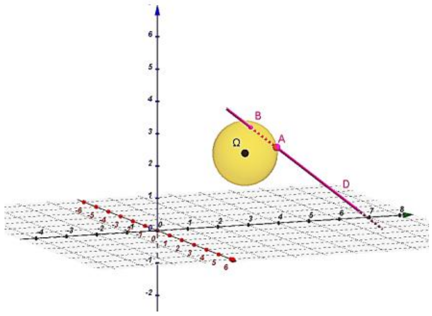
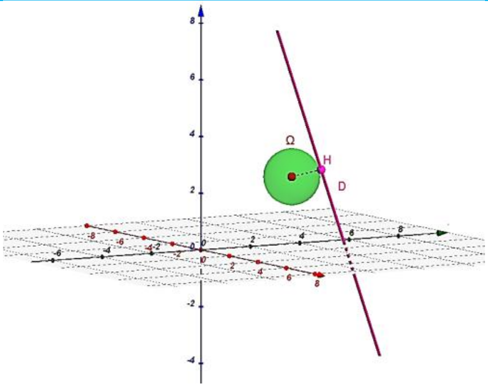
04. دراسة مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث: $x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$, (a و b و c و d من $\mathbb{R}$)

- **خاصية:**

> a و b و c و d من $\mathbb{R}$ حيث $R_2=a^2+b^2+c^2-4d$
>
> (E) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق : $x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$ هي :
>
> أ- الفلكة $(E)=S\left(\Omega\left(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2},-\frac{c}{2}\right),R=\frac{\sqrt{R_2}}{2}\right)$
>
> إذا كان $R_2>0$.
>
> ب- $(E)=\left\{\Omega\left(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2},-\frac{c}{2}\right)\right\}$ إذا كان $R_2=0$
>
> ج- $(E)=\varnothing$ إذا كان $R_2<0$.

IX. تقاطع فلكة $S(\Omega,R)$ و مستقيم $D(A,\vec{u})$

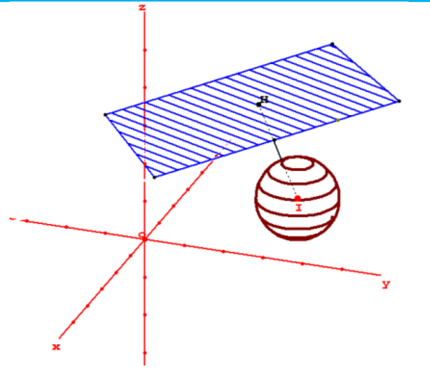
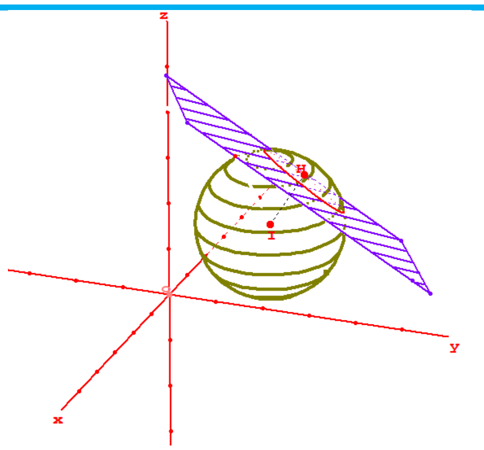
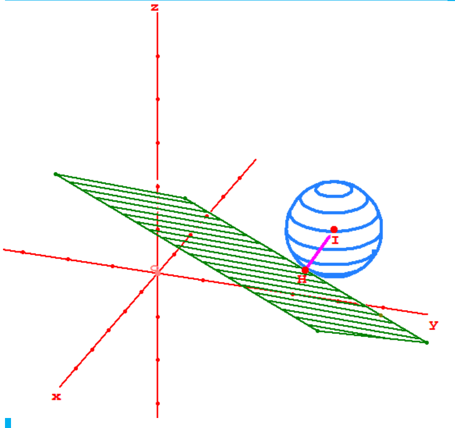
01. خاصيات:

H المسقط العمودي ل Ω على (D) و $d=\Omega H$		
حالة 1 : $(D)\cap(S)=\varnothing$	حالة 2 : $(D)\cap(S)=\{A,B\}$	حالة 3 : $(D)\cap(S)=\{H\}$
نقول : (D) خارج الفلكة (S)	نقول : (D) يقطع (S) في A و B	نقول : (D) مماس ل (S) في H
شرط : $d=\Omega H>R$	شرط : $d=\Omega H<R$	شرط : $d=\Omega H=R$
		

درس : الجداء السلمي في الفضاء و تطبيقاته

X. تقاطع فلكة $S(\Omega,R)$ و مستوى $P(A,\vec{u},\vec{v})$

01. الأوضاع النسبية - خاصيات:

H المسقط العمودي ل Ω على المستوى (P) و $d=\Omega H$		
حالة 1 : $(P)\cap(S)=\varnothing$	حالة 2 : $(P)\cap(S)=(C)$	حالة 3 : $(D)\cap(S)=\{H\}$
نقول: (P) خارج الفلكة (S)	نقول: (P) يقطع (S) وفق دائرة (C) مركزها H و شعاعها $R_C=\sqrt{R^2-d^2}$	نقول: (P) مماس للفلكة في النقطة H حيث المستقيم $(H\Omega)\perp(P)$
شرط: $d=\Omega H>R$	شرط: $d=\Omega H<R$	شرط: $d=\Omega H=R$
		

02. خاصية:

$S(\Omega,R)$ فلكة و A من (S) يوجد مستوى وحيد (P) مماس ل (S) عند النقطة A وهو المستوى العمودي على المستقيم $(A\Omega)$ في النقطة A أي : $M\in(P)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{A\Omega}=0$ ومنه معادلة (P) هي $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{A\Omega}=0$