

تمرين 5: نضع: $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x + 3}{e^x + 4} dx$ و

$$J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x + 4} dx$$

1. أحسب $I+J$ و $I-3J$

2. استنتج قيمة كل من I و J

تمرين 6: احسب التكامل $I = \int_1^3 \frac{|x-2|}{(x^2-4x)^2} dx$

تمرين 7: احسب التكامل $I = \int_0^2 |x^2 - x - 2| dx$

تمرين 8: نضع $A = \int_1^e \left(\frac{1}{t} + \ln t \right) dt$

أحسب $A+B$ $B = \int_1^e \left(1 + \ln \left(\frac{1}{t} \right) \right) dt$

تمرين 9: نضع: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \times \cos 2x dx$

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \times \cos 2x dx$$

1. أحسب $I+J$ و $I-J$

2. استنتج قيمة كل من I و J

تمرين 10: 1) تحقق أنه لكل t من $\mathbb{R} - \{-1\}$:

$$\frac{t^2}{1+t} = t - 1 + \frac{1}{1+t}$$

2) أحسب التكامل I حيث: $I = \int_0^1 \frac{t^2}{1+t} dt$

تمرين 11: 1) تحقق أنه لكل x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$:

$$\frac{4x-5}{x^2-1} = \frac{9}{2(x+1)} - \frac{1}{2(x-1)}$$

2) أحسب التكامل I حيث: $I = \int_3^5 \frac{4x-5}{x^2-1} dx$

تمرين 12:

1. حدد الأعداد الحقيقية: a و b علما أن:

$$\frac{x^3}{x^2+1} = ax + \frac{bx}{x^2+1}$$

2. استنتج قيمة التكامل: $I = \int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1} dx$

تمرين 1: أحسب التكاملات التالية: (1) $I = \int_2^4 3x dx$

(2) $J = \int_0^1 (2x+3) dx$ (3) $K = \int_e^{e^2} \frac{1}{t} dt$ (4)

$$L = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2\theta) d\theta$$

تمرين 2: أحسب التكاملات الآتية: $I_1 = \int_0^2 (2x-1) dx$

$I_2 = \int_{-1}^1 (x^4 - 4x^3 + 2) dx$ $I_3 = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$

$I_4 = \int_0^{\ln 2} e^{2t} dt$ $I_5 = \int_0^{\sqrt{\ln 2}} te^{-t^2} dt$ $I_6 = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$

$I_7 = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x + 1} dx$ $I_8 = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} dx$

$$I_9 = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$$

$I_{10} = \int_2^3 \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+3x-4}} dx$ $I_{11} = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$

$$I_{12} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x dx$$

$I_{13} = \int_1^2 \frac{3}{(3x-4)^5} dx$ $I_{14} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2 - \cos 3x) dx$

$I_{15} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx$ $I_{16} = \int_0^1 \left(\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{2x+1} \right) dx$

$I_{17} = \int_1^e \frac{\ln^3 x}{x} dx$ $I_{18} = \int_0^1 (x-1)e^{(x-1)^2} dx$

$I_{19} = \int_1^2 \frac{1}{x(1+\ln x)} dx$ $I_{20} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^2 dx$

$$I_{21} = \int_1^e \frac{8x^9 - 4x + 2}{x} dx$$

تمرين 3: أحسب التكامل $I = \int_0^3 |x-1| dx$

تمرين 4: نضع: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx$ $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$

1. أحسب $I+J$ و $I-J$

2. استنتج قيمة كل من I و J

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx \text{ نضع: } \underline{\text{تمرين 13}}$$

1. بين : $\cos^4 x = \frac{1}{8}(\cos 4x + 4\cos 2x + 3)$ (عملية الاخطاط)

2. استنتج حساب التكامل: I

$$\underline{\text{تمرين 14}}: \text{بين أن : } \frac{1}{6} \leq I = \int_0^1 \frac{x^2}{1+x} dx \leq \frac{1}{3}$$

$$\underline{\text{تمرين 15}}: \text{بين أن : } \frac{1}{e} \leq \int_0^1 e^{-x^2} dt \leq 1$$

تمرين 16: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \int_0^1 \frac{1}{1+x^n} dx$$

(1) بين أن (u_n) تزايدية (2) بين أن : $\frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$

تمرين 17: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$f(x) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$$

حدد القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0; \ln 2]$

$$\underline{\text{تمرين 18}}: \text{احسب التكامل } I = \int_0^{\ln 2} e^{4t} dt$$

تمرين 19: احسب التكاملات التالية : (1) $I = \int_0^{\pi} x \sin x dx$

$$(2) \quad J = \int_0^{\ln 2} x e^x dx \quad (3) \quad K = \int_1^e \ln x dx$$

تمرين 20: باستعمال المكاملة بالأجزاء أحسب التكاملات الآتية :

$$I = \int_0^1 x e^{2x} dx \quad \text{و} \quad J = \int_1^{e^3} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

تمرين 21: المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ مع

$$\|\vec{i}\| = 1 \text{ نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة على المجال } [1; 3]$$

$$f(x) = 2x + 1 \text{ كالتالي:}$$

(1) هل f دالة متصلة على قطعة $[1; 3]$ ؟

(2) أرسم (C_f) منحنى الدالة f على المجال $[1; 3]$

(3) أحسب مساحة حيز المستوى (Δ_f) المحصور بين (C_f) منحنى

الدالة f و محور الأفاصل و المستقيمين اللذين معادلتها على

التوالي $x = 1$ و $x = 3$

$$(4) \text{ أحسب التكامل التالي : } I = \int_1^3 f(x) dx$$

(5) قارن المساحة والتكامل ؟

تمرين 22: المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ مع

$$\|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = x^2$

(1) أرسم (C_f) أحسب A مساحة حيز المستوى المحصور بين

منحنى الدالة f و محور الأفاصل و المستقيمين اللذين معادلتها على

التوالي: $x = 1$ و $x = 2$

تمرين 23: المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(o; \vec{i}; \vec{j})$ مع

$$\|\vec{j}\| = 3 \text{ cm} \quad \text{و} \quad \|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$$

بما يلي: $f(x) = x^2 - 2x$ أحسب A مساحة حيز المستوى

المحصور بين منحنى الدالة f و المستقيمين اللذين معادلتها على

التوالي: $x = 1$ و $x = 3$

تمرين 24: المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$

مع $\|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$ ونعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = 1 - e^x$$

أحسب A مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة f و

المستقيمين اللذين معادلتها على التوالي: $x = \ln 2$ و $x = \ln 4$

تمرين 25: المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$

$$\|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$$

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي:

$$f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1} \quad \text{و} \quad g(x) = e^{-x}$$

أحسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى

الدالتين f و g و المستقيمين اللذين معادلتها على التوالي: $x = 0$

و $x = \ln 2$ (إنشاء المنحنيين غير مطلوب)

تمرين 26: الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

بحيث : $\|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$ لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}

بما يلي: $f(x) = \sqrt{x}$ ليكن (C) منحناها في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$

أحسب V حجم الجسم المولد بدوران (C) حول محور الأفاصل

على المجال $[0; 4]$

تمرين 27: الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

$$\|\vec{i}\| = \frac{2}{3} \text{ cm}$$

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$f(x) = \sqrt{x(e^x - 1)}$$

ليكن (C) منحناها في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$

أحسب V حجم الجسم المولد بدوران (C) حول محور الأفاصل

على المجال $[0; 1]$

$$\text{ومنه : } I = \frac{1}{2} \pi \quad \text{و بالتالي : } I = \frac{1}{2} \pi \quad \text{و بالتالي : } V = \frac{1}{2} \pi \times \frac{8}{27} c^3 m = \frac{4\pi}{27} c^3 m$$

تمرين 28: المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$

مع $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$ نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x - 1 + \frac{\ln x}{x}$$

أحسب A مساحة حيز المستوى المحصور بين الدالة f والمستقيمتين

التي معادلاتها على التوالي $y = x - 1$ و $x = 1$ و $x = e$

تمرين 29: الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ بحيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = \sqrt{\ln x}$ ليكن (C) منحناها في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$

أحسب V حجم الجسم المولد بدوران (C) حول محور الأفاصيل على المجال $[1; e]$

تمرين 30: الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ بحيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$f(x) = x\sqrt{1 - \ln x}$$

ليكن (C) منحناها في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$

أحسب V حجم الجسم المولد بدوران (C) حول محور الأفاصيل على المجال $[1; e]$

تمرين 31: باستعمال المكاملة بالأجزاء أحسب التكاملات الآتية:

$$J = \int_0^1 (x-1)e^{-x} dx \quad I = \int_0^\pi x \sin x dx$$

$$N = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx \quad M = \int_1^e x(1 - \ln x) dx \quad K = \int_0^1 \ln(1 + \sqrt{x}) dx$$

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx \quad R = \int_1^e x \ln x dx \quad Q = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx$$

$$\left(\frac{x^4}{x^2+1} = x^2 - 1 + \frac{1}{x^2+1} \text{ لاحظ أن: } \right) G = \int_0^1 3x^2 \ln(x^2+1) dx \quad \text{و} \quad F = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1} \ln x (e^x+1) dx$$

تمرين 32: المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ مع $\|\vec{i}\| = 2cm$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = e^x - 3$

أحسب A مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة f والمستقيمين الذين معادلتها على التوالي: $x = \ln 3$ و $x = \ln 6$

تمرين 33: المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ مع $\|\vec{i}\| = 2cm$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = \ln x - 1$

أحسب A مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة f والمستقيمين الذين معادلتها على التوالي: $x = 1$ و $x = e$

تمرين 34: بين أن:

$$1. \text{ بين أن : } \int_0^1 (e^x - e^{x^2}) dx \geq 0$$

$$2. \text{ بين أن : } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{1 + \cos t} dt < 0$$

$$3. \text{ بين أن : } \frac{1}{2} \ln 2 \leq \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{x} dx \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \ln 2$$

$$4. \text{ بين أن : } \frac{1}{e} \leq \int_0^1 e^{-x^2} dt \leq 1$$