

**تمرين 1:**

لتكن النقطة  $A(1,2,5)$  و المتجهة  $\vec{u}(2,-3,1)$

(1) حدد معادلة ديكرتية للمستوى  $(P)$  المار من  $A$  و  $\vec{u}$  متجهة منظمية عليه

(2) لتكن النقطة  $B(-1,3,2)$

(أ) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(D)$  المار من  $B$  و العمودي على  $(P)$

(ب) استنتج إحداثيات  $H$  المسقط العمودي لـ  $B$  على  $(P)$

**تمرين 2:**

نعتبر المستقيم  $(D): \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

و المستويين  $(P): x - y - z + 2 = 0$

$(Q): 4x + 2y + 2z + 3 = 0$

(1) (أ) بين أن  $(D) \parallel (P)$

(ب) بين أن  $(P) \perp (Q)$

(2) لتكن  $A(-1,0,0)$

(أ) تحقق أن  $A \in (D)$

(ب) بين أن  $(D) \perp (Q)$

(ج) استنتج إحداثيات  $H$  المسقط العمودي لـ  $A$  على  $(Q)$

**تمرين 3:**

نعتبر الفلكة  $(S)$  التي معادلتها :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$$

(1) حدد المركز  $\Omega$  والشعاع  $R$

(2) لتكن النقطة  $A(-1,0,0)$

(أ) تحقق أن  $A \in (S)$

(ب) حدد معادلة المماس  $(Q)$  للفلكة عند  $A$

(3) ليكن المستوى  $(P): 2x + y - 2z - 7 = 0$

(أ) بين أن  $(P)$  مماس للفلكة

(ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم المار من  $\Omega$  و العمودي على  $(P)$

(ج) استنتج إحداثيات  $B$  نقطة التماس

(4) ليكن المستوى  $(F): x + 2y - 2z = 0$

(أ) بين أن  $(F)$  يقطع الفلكة في دائرة محددًا شعاعها

(ب) حدد مركز دائرة التقاطع

(5) ليكن المستوى  $(E): 3x + y - z = 0$

(أ) تحقق أن  $\Omega \in (E)$

(ب) حدد تقاطع  $(E)$  و  $(S)$

:

**تمرين 4:** لتكن  $A(2,1,1)$  و  $B(3,1,2)$  و

$C(3,-1,0)$  و المتجهة  $\vec{u}(2,-2,1)$

(1) (أ) حدد إحداثيات  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$

(ب) أحسب  $d(B, (AC))$

(ج) استنتج معادلة ديكرتية للمستوى  $(ABC)$

(2) حدد إحداثيات  $\vec{AB} \wedge \vec{u}$

(3) ليكن المستقيم  $(\Delta): \begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -2t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$

أحسب  $d(A, (\Delta))$

**تمرين 5:**

بين أن المستويين  $(P): x + y - 2z - 2 = 0$

$(Q): 2x + y + 3z = 0$

يتقاطعان وفق مستقيم محددًا تمثيله البارامترية

**تمرين 6:**

لتكن  $A(0,1,1)$  و  $B(0,0,2)$  و  $C(3,0,0)$

(1) (أ) حدد إحداثيات  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$

(ب) أكتب معادلة ديكرتية للمستوى  $(ABC)$

(2) لتكن الفلكة  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4z + 2 = 0$

(أ) حدد مركزها و شعاعها

(ب) بين أن  $(AC)$  مماس للفلكة ثم حدد نقطة التماس

(ج) حدد تقاطع  $(ABC)$  و  $(S)$

**تمرين 7:** نعتبر الفلكة  $(S)$  التي معادلتها:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$$

(1) (أ) حدد إحداثيات المركز  $\Omega$  ثم الشعاع  $R$

(ب) تحقق أن  $\Omega \in (P)$  بحيث  $(P): x + y + z = 0$

(ج) استنتج تقاطع  $(P)$  و  $(S)$

(2) نعتبر النقطتين  $A(1,0,1)$  و  $B(-1,0,-1)$  و

المتجهة  $\vec{u}(1,1,1)$

(أ) حدد إحداثيات  $\vec{AB} \wedge \vec{u}$

(ب) استنتج معادلة ديكرتية للمستوى  $(Q)$  العمودي

على  $(P)$  و الذي يتضمن  $(AB)$

تمرين 8:

الفضاء منسوب إلى  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$   
 نعتبر النقط  $A(2,3,3)$  و  $B(3,1,1)$  و  $C(3,3,2)$

- (1) أ) حدد إحداثيات المتجهة  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$   
 ب) حدد معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$   
 ج) أحسب مسافة النقطة  $C$  عن المستقيم  $(AB)$   
 (2) لتكن الفلكة المعرفة بـ:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 4z + 21 = 0$$

- أ) حدد مركزها و شعاعها  
 ب) بين أن المستقيم  $(AB)$  مماس للفلكة  $S$  ثم حدد نقطة التماس  
 ج) أدرس تقاطع  $(S)$  و  $(ABC)$

(3) ليكن المستوى  $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$

- أ) حدد تمثيلا للمستقيم المار من  $C$  و العمودي على  $(P)$

ب) بين أن المستقيم هو تقاطع  $\begin{cases} x = -2t + 3 \\ y = 6t + 1 \\ z = 5t + 1 \end{cases}$

المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$

- ج) بين أن المستوى  $(P)$  يقطع الفلكة في دائرة يجب تحديد مركزها و شعاعها

تمرين 9:

نعتبر النقط  $A(1,2,-2)$  و  $B(1,1,-1)$  و  $C(2,1,-2)$

- (1) أ) حدد مثلث إحداثيات  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$   
 ب) بين أن  $x + y + z - 1 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$

(2) لتكن  $S = S(\Omega, R)$  بحيث  $\Omega(1,1,1)$  و  $R = \frac{2}{\sqrt{3}}$

- أ) بين أن  $(ABC)$  مماس للفلكة  $S$  ثم حدد نقطة التماس

ب) لتكن  $M(a,b,c)$  نقطة من  $(ABC)$

بين أن  $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$

تمرين 10:

نعتبر  $A(1,2,1)$  و المستوى  $(P): 2x + y + 2z - 4 = 0$

(1) أ) أحسب  $d(A, (P))$

ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(D)$  المار من  $A$  و العمودي على  $(P)$

(2) نعتبر المستقيم  $(\Delta): \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = -2t \\ z = 2t - 1 \end{cases}$

أ) بين أن  $(\Delta) \parallel (P)$

ب) حدد إحداثيات  $\overrightarrow{AB} \wedge \vec{u}$  بحيث  $B(2,0,-1)$  و  $\vec{u}(-1,-2,2)$

ج) استنتج  $d(A, (\Delta))$

(3) نعتبر الفلكة معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z - 3 = 0$

أ) حدد مركزها و شعاعها

ب) بين أن  $(P)$  يقطع الفلكة في دائرة يجب تحديدها

ج) بين أن  $(\Delta)$  يقطع الفلكة في نقطتين يجب تحديدهما

(4) ليكن المستوى  $(Q)$  الموازي لـ  $(P)$  و الذي يقطع الفلكة

وفق دائرة شعاعها 1

أ) بين أن  $d(A, (Q)) = 2\sqrt{2}$

ب) استنتج أن هناك مستويين يقطعان الفلكة وفق دائرة شعاعها 1

تمرين 11:

نعتبر النقط  $A(1,2,-3)$  و  $B(2,1,1)$  و  $C(4,5,-3)$

(1) بين أن  $(AB) \perp (AC)$

(2) حدد مثلث إحداثيات  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

(3) استنتج أن معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  هي

$$2x - 2y - z - 1 = 0$$

(4) لتكن  $E(3,3,-1)$

أ) تحقق أن  $E$  منتصف  $[BC]$

ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $E$  و العمودي

على  $(ABC)$

(5) ليكن المستوى  $(P): x + y + z - 4 = 0$

نعتبر الفلكة  $(S)$  التي يقطعها  $(P)$  في دائرة كبرى و

يقطعها  $(ABC)$  و فوق الدائرة المحيطة بالمثلث  $(ABC)$

حدد مركز و شعاع الفلكة