

الهندسة الفضائية

السلسلة 1 (7 تمارين)

التمرين 1:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(1,2,1)$ و $B(1,3,1)$

1. أحسب $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$
2. تحقق من أن $x - z = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (OAB)
3. حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(-3,0,1)$ و المماسة للمستوى (OAB)
4. حدد إحداثيات نقطة تماس (S) و (OAB)
5. بين أن المستقيم المار من النقطة $H(-1,0,-1)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(2,5,2)$ مماس للفلكة (S)

التمرين 2:

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ممنظم و مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط $A(2,-1,1)$ و $B(2,3,-1)$ و $C(1,1,1)$

1. أ) بين أن $\vec{AB} \wedge \vec{BC} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$
- ب) استنتج مسافة النقطة A عن المستقيم (BC)
2. ليكن H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)
- بين أن $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ هو مثلث إحداثيات H . (يمكن استعمال تمثيل بارامترى ل (BC))
3. حدد معادلة ديكارتية للفلكة التي أحد أقطارها $[AH]$

التمرين 3:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ بحيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z + 2 = 0$

1. بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(0,2,-1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$
2. أ) تحقق من أن النقطة $A(-1,1,0)$ تنتمي إلى الفلكة (S)
- ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوى (P) المماس للفلكة (S) عند النقطة A

3. أ) تحقق من أن معادلة ديكرتية للمستوى (Q) المار من النقطة $B(1,3,-2)$ و $\vec{n}(1,1,1)$ متجهة منظمية له.
ب) بين أن (Q) يقطع (S) وفق دائرة محدد مركزها و شعاعها

التمرين 4:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطة $A(1,-1,3)$ و المستوى (P) الذي معادلة ديكرتية له : $x - y + 3z = 0$.

$$1. \text{ أ- تحقق من أن } \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ تمثيل بارامتري للمستقيم } (OA)$$

ب- حدد معادلة ديكرتية للمستوى (Q) العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A

ج- تحقق من أن (P) يوازي المستوى (Q)

2. نعتبر الفلكة (S) المماسية للمستوى (Q) في A و التي يقطعها المستوى (P) وفقا للدائرة (Γ) التي مركزها O و شعاعها $\sqrt{33}$

أ- بين أن النقطة $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة (S) تنتمي إلى المستقيم (OA) ثم استنتج أن $b = -a$ و $c = 3a$

ب- بين أن $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ ثم استنتج أن $a - b + 3c = -11$

ج- استنتج إحداثيات Ω مركز الفلكة (S) ثم بين أن شعاعها يساوي $2\sqrt{11}$

التمرين 5:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطة $A(2,0,2)$ و المستوى (P) ذا المعادلة :
 $x + y - z - 3 = 0$

1. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من A و العمودي على (P)

2. حدد إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوى (P)

3. نعتبر الفلكة (S) التي مركزها A و التي تقطع المستوى (P) وفق الدائرة التي مركزها B و شعاعها 2

أ. حدد شعاع الفلكة (S)

ب. أكتب معادلة ديكرتية للفلكة (S)

التمرين 6:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها $\sqrt{3}$

1) بين أن : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ هي معادلة ديكرتية للفلكة (S) و تحقق من أن A تنتمي إلى (S)

2 أ. بين أن : $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و استنتج أن $x - y - z + 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

ب. أحسب المسافة $d(\Omega, (ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في A

3 ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω و العمودي على (ABC)

$$\text{أ. بين أن : } \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ)

ب. استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S)

التمرين 7:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0,1,-1)$ و $B(1,2,1)$ و $C(5,10,1)$

1. بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = -16\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$

2. أحسب المسافة بين النقطة C و المستقيم (AB)

3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

4. لتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق العلاقة $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 20y - 2z + 70 = 0$

أ) بين أن (S) هي فلكة مركزها C و شعاعها $\sqrt{56}$

ب) بين أن المستقيم (AB) مماس للفلكة (S) ، ثم حدد نقطة التماس .