Lycée ANISSE	D.S.N° 3	2.B.S.V.T+P.C

التمرين الأول : (7,5 ن)

لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \dfrac{6U_n}{3+U_n} \end{cases}$$

1° - بين بالترجع أن : $U_n > 3$; $(\forall n \in \mathbb{N})$ (1,5 ن)

2° - بين أن (U_n) تناقصية، ثم استنتج أنها متقاربة. (1,5 ن)

3° - لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = \frac{U_n}{U_n - 3}$$

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 (1,5 ن)

ب - استنتج أن : $v_n = 4 \times 2^n$ لكل n من $\mathbb{N}$، ثم احسب $\lim\limits_{+\infty} v_n$. (1,5 ن)

ج - بين أن : $U_n = \dfrac{3v_n}{-1+v_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم نهاية (U_n). (1,5 ن)

التمرين الثاني : (4 ن)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بمايلي :

$$U_0 = 1$$

$$U_{n+1} = \frac{U_n^3}{1+3U_n^2}$$

1° - بين بالترجع أن : $U_n > 0$: $(\forall n \in \mathbb{N})$. (1 ن)

2° - بين أن المتتالية (U_n) تناقصية. (1 ن)

3° - أ - بين أن : $U_{n+1} \leq \frac{1}{3} U_n$: $(\forall n \in \mathbb{N})$ (1 ن)

ب - استنتج أن : $U_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$: $(\forall n \in \mathbb{N})$ (0,5 ن)

4° - حدد نهاية (U_n). (0,5 ن)

Lycée ANISSE	D.S. N° 3	2.B.S.V.T + P.C

التمرين الثالث : | 8,5ن

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = x\ln(1+x^2)$
وليكن (C) منحناها في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1° - احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. | 2ن

2° أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في الصفر، ثم أول هندسيا. | 1,5ن

ب - بين أن : $(\forall x>0) : f'(x) = \frac{2x^2}{1+x^2} + \ln(1+x^2)$ | 1,5ن

ج - استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $[0,+\infty[$. | 0,5ن

3° - ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=x$

أ- بين أن : $(\forall x>0) : \begin{cases} f(x)=x \Leftrightarrow x=\sqrt{e-1} \\ f(x)>x \Leftrightarrow x>\sqrt{e-1} \end{cases}$ | 0,5ن

ب - استنتج الوضع النسبي لـ (C) والمستقيم (Δ). | 0,5ن

ج - انشئ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ كلا من (C) و (Δ). | 0,75ن

4° أ- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} محددا مجموعة تعريفها. | 0,75ن

ب - انشئ في المعلم السابق وبلون مغاير منحنى الدالة f^{-1}. | 0,5ن