الثانية علوم ساعتان	فرض رقم 1 2018-2019	ثانوية جعفر الفاسي

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x(e^x - 1)^2$

و ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\,cm$

الجزء (1)

1) أ) أحسب النهايتين $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بين أن المستقيم $y = x$ (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C) جوار $-\infty$

ج) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

2) أ) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن $f'(x) = (e^x - 1)(e^x - 1 + 2xe^x)$

ب) تحقق أن $f'(0) = 0$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ) بين أن $(\forall x > 0)\ e^x - 1 + 2xe^x > 0$ و أن $(\forall x < 0)\ e^x - 1 + 2xe^x < 0$

ب) استنتج أن f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول التغيرات

4) أ) تحقق أن $(\forall x \in \mathbb{R})\quad f(x) - x = xe^x(e^x - 2)$

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم $y = x$ (Δ)

5) أرسم المنحنى (C) (نعطي (C) يقبل نقطتي انعطاف افصولاهما 0 و $-2,3$)

6) أ) بين أن f تقبل دالة عكسية g محددا مجموعة تعريفها

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = x$

ج) أرسم في المعلم السابق المنحنى (C') للدالة g

الجزء (2)

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = g(U_n)$

1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N})\quad 0 < U_n < \ln 2$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

الجزء (3)

لتكن S مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و $x = 0$ و $x = \ln 2$

1) أ) بين أن الدالة $x \to xe^{2x}$ تقبل دالة اصلية على $\mathbb{R}$

ب) بين أن $x \to \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة $x \to xe^{2x}$ و استنتج قيمة التكامل $I = \int_0^{\ln 2} xe^{2x}dx$

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_0^{\ln 2} 2xe^x\,dx = -2 + 4\ln 2$ ثم استنتج ب cm^2 المساحة S

3) حدد ب cm^2 مساحة الحيز المحصور بين (C) ، (C') و المستقيمين $x = 0$ و $x = \ln 2$