الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2020

- الموضوع –

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSS | RS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	المتتاليات العددية	2 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	5 نقط
التمرين الثالث	الاشتقاق و حساب التكامل	4 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و متتالية عددية	9 نقطة

- نرمز بـ $|z|$ لمعيار العدد العقدي z و بـ $\overline{z}$ لمرافق z
- $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

التمرين الأول (2 نقط):

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\dfrac{3u_n-8}{2u_n-5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين أن $u_n<2$ لكل n من $\mathbb{N}$ — 0.5

2) نضع $v_n=\dfrac{u_n-3}{u_n-2}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها 2 — 0.5

ب- اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n — 0.75

ج- احسب نهاية المتتالية (u_n) — 0.25

التمرين الثاني (5 نقط) :

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-\sqrt{2}z+1=0$ — 0.75

2) نضع $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

أ) أكتب a على الشكل المثلثي واستنتج أن a^{2020} عدد حقيقي — 0.75

ب) ليكن العدد العقدي $b=\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}$ ، أثبت أن $b^2=a$ — 0.5

3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c حيث $c=1$. ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\dfrac{\pi}{8}$ والذي يحول النقطة M ذات اللحق z إلى النقطة M' ذات اللحق z'

أ- تحقق ان $z'=bz$ — 0,25

ب- حدد صورة النقطة C بالدوران R و بين أن النقطة A هي صورة النقطة B بالدوران R — 0.5

4) أ- بين أن $|a-b|=|b-c|$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC — 0.75

ب - حدد قياسا للزاوية $(\overrightarrow{BA},\ \overrightarrow{BC})$ — 0.5

5) نعتبر T الإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ و لتكن النقطة D صورة النقطة A بالإزاحة T

أ- تحقق ان لحق النقطة D هو العدد العقدي b^2+1 — 0.25

ب- بين أن $\dfrac{b^2+1}{b}=b+\bar{b}$ واستنتج ان النقط O و B و D مستقيمية — 0.75

التمرين الثالث (4 نقط) :

نعتبر الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $u(x)=e^x-2x+2-3e^{-x}$

1) أ- بين ان لكل x من $\mathbb{R}$: $u'(x)=\dfrac{(e^x-1)^2+2}{e^x}$ — 0.5

ب - ضع جدول تغيرات الدالة u (حساب النهايات غير مطلوب) — 0.25

ج - استنتج إشارة الدالة u على $\mathbb{R}$ (لاحظ ان $u(0)=0$) — 0.5

2) لتكن الدالة v المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $v(x)=e^{2x}-2xe^x+2e^x-3$

0.5	أ – تحقق من أن $v(x)=e^x u(x)$ لكل x من $\square$
0.5	ب - استنتج إشارة الدالة v على $\square$
0.5	3) أ- بين أن الدالة W المعرفة بـ: $W(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+(4-2x)e^x-3x$ هي دالة أصلية للدالة v على $\square$
0.5	ب- أحسب التكامل $\int_0^2 v(x)dx$
0.75	ج- بين أن $\frac{9}{2}$ هي القيمة الدنوية المطلقة للدالة W على $\square$

المسألة (9 نقطة) :

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=e^{1-x}+\frac{1}{x}-2$

0.5 1) بين أن $\forall x\in]0,+\infty[,\ g'(x)<0$

0.5 2) استنتج جدول إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$ (لاحظ أن $g(1)=0$)

II - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=(1-x)e^{1-x}-x^2+5x-3-2\ln x$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2\ cm$)

0.5 1) أثبت أن $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا

0.5 2) أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

0.75 ب) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا

1 3) أ) بين أن $f'(x)=(x-2)g(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$

0.75 ب) بين أن الدالة f تناقصية على $]0,1]$ وعلى $[2,+\infty[$ وأنها تزايدية على المجال $[1,2]$

0.25 ج) ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$ (نقبل أن $f(2)\square 1,25$)

0.5 4) علما أن $f(3)\square 0,5$ و $f(4)\square -1,9$ برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]3,4[$

1 5) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

III- نضع $h(x)=f(x)-x$ لكل x من المجال $[1,2]$

x	1	2
$h(x)$	0	$h(2)$

0.5 1- أ) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة h جانبه بين أن $f(x)\le x$ لكل x من المجال $[1,2]$

0.25 ب) بين ان 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $f(x)=x$ على المجال $[1,2]$

2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.75 أ) بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$ $1\le u_n\le 2$

0.5 ب) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية

0.75 ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2020

- عناصر الإجابة –

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NR 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7