



التمرين الأول: (3 ن)

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقط  $A(1,1,-1)$  و  $B(0,1,-2)$  و  $C(3,2,1)$  و الفلكة  $(S)$  التي معادلتها:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 1 = 0$
- بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(1,0,1)$  و أن شعاعها يساوي  $\sqrt{3}$ .  1  0,50 ن
- بين أن:  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$  و تحقق من أن:  $x - z - 2 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$   2  0,75 ن
- تحقق من أن:  $d(\Omega, (ABC)) = \sqrt{2}$  ثم بين أن المستوى  $(ABC)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$  شعاعها 1.  2  1,00 ن
- ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من النقطة  $\Omega$  العمودي على المستوى  $(ABC)$ .  3
- تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$ .  3  0,25 ن
- بين أن مثلث إحداثيات  $H$  نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و المستوى  $(ABC)$  هو  $(2,0,0)$ .  3  0,25 ن
- استنتج مركز الدائرة  $(\Gamma)$ .  3  0,25 ن



التمرين الثاني: (3 ن)

- حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة:  $z^2 - 12z + 61 = 0$   1  0,75 ن
- نعتبر المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي أحاقها على التوالي:  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث:  $a = 6 - 5i$  و  $b = 4 - 2i$  و  $c = 2 + i$ .  2
- أحسب  $\frac{a-c}{b-c}$  و استنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمية.  2  0,50 ن
- نعتبر الإزاحة  $T$  ذات المتجهة  $\vec{u}$  حيث لحق  $\vec{u}$  هو  $(1 + 5i)$   2  0,50 ن
- تحقق أن لحق النقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  بالإزاحة  $T$  هو  $d = 3 + 6$ .  2  0,50 ن
- بين أن:  $\frac{d-c}{b-c} = -1 + i$  و أن:  $\frac{3\pi}{4}$  عمدة للعدد العقدي  $-1 + i$ .  2  0,75 ن
- استنتج قياسا للزاوية الموجهة  $(\vec{CB}, \vec{CD})$ .  2  0,50 ن

التمرين الثالث: (3 ن)

- يحتوي كيس على ثماني ببيدقات: ببيدقة واحدة تحمل العدد 0 و خمس ببيدقات تحمل العدد 1 و ببيدقتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بينها باللمس).
- نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث ببيدقات من الكيس و نعتبر الأحداث التالية:
- A: "الحصول على ثلاث ببيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثني مثني".
- B: "مجموع الأعداد التي تحملها الببيدقات المسحوبة يساوي 5".
- C: "مجموع الأعداد التي تحملها الببيدقات المسحوبة يساوي 4".
- بين أن:  $p(A) = \frac{5}{28}$  و  $p(B) = \frac{5}{56}$  و  $p(C) = \frac{3}{8}$     3,00 ن



### التمرين الرابع : ( 3 ن )

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11} ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 11 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي :



تحقق من أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$   1  0,25 ن

بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n < 12$   أ 2  0,50 ن

بين أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  تزايدية قطعا .  ب 2  0,50 ن

استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متقاربة .  ج 2  0,25 ن

لتكن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية بحيث :  $(\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = u_n - 12$   3  ن

بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  هندسية أساسها  $\frac{10}{11}$  ثم أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  .  أ 3  0,75 ن

بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$  ثم أحسب النهاية  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$   ب 3  0,75 ن

### التمرين الخامس : ( 8 ن )

لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$    I

بين أن :  $(x^2 - 1)$  و  $2x^2 \ln x$  لهما نفس الإشارة على  $]0; 1[$  .  1  I 0,75 ن

ثم استنتج أن :  $\forall x \in ]0; 1[ ; g(x) \leq 0$

بين أن  $(x^2 - 1)$  و  $2x^2 \ln x$  لهما نفس الإشارة على  $]1; +\infty[$   2  I 0,75 ن

ثم استنتج أن :  $\forall x \in ]1; +\infty[ ; g(x) \geq 0$

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = (x^2 - 1) \ln x$    II

و ليكن  $(\mathcal{C})$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة  $3 \text{ cm}^2$  )

بين أن :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  و أول النتيجة هندسيا .  أ 1  II 0,50 ن

أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$   ب 1  II 1,00 ن

و استنتج أن المنحنى  $(\mathcal{C})$  يقبل فرعا شلجيا بجوار  $+\infty$  يتم تحديد اتجاهه .

بين أن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$  ;  $\forall x \in ]0; +\infty[$  ( و أول هندسيا النتيجة  $f'(1) = 0$  )  أ 2  II 1,25 ن

استنتج أن الدالة  $f$  تناقصية على المجال  $]0; 1[$  و تزايدية على المجال  $]1; +\infty[$  .  ب 2  II 0,50 ن

إعط جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $]0; +\infty[$  ثم بين أن :  $\forall x \in ]0; +\infty[ ; f(x) \geq 0$  .  ج 2  II 0,50 ن

أنشئ المنحنى  $(\mathcal{C})$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .  3  II 1,00 ن

بين أن :  $u : x \rightarrow \frac{x^3}{3} - x$  دالة أصلية للدالة  $v : x \rightarrow x^2 - 1$  على  $\mathbb{R}$  .  أ 4  II 0,50 ن

باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن :  $\int_1^2 (x^2 - 1) \ln x dx = \frac{2}{9}(1 + 3 \ln 2)$   ب 4  II 1,00 ن

أحسب بـ  $\text{cm}^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(\mathcal{C})$  و محور الأفاصيل  ج 4  II 0,25 ن

و المستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 1$  و  $x = 2$  .