

سلسلة تمارين درس : النهايات و الإتصال

التمرين 04

ادرس اتصال الدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات التالية :

$$I = \mathbb{R} \text{ و } f(x) = 4x - 5 + \cos(x) \quad \mathbf{1}$$

$$I =]2, +\infty[\text{ و } f(x) = \frac{1}{2-x} + \sqrt{x} \quad \mathbf{2}$$

$$I =]2, +\infty[\text{ و } f(x) = |3x+5| \quad \mathbf{3}$$

$$I = \mathbb{R} \text{ و } f(x) = \frac{1}{2-x} + \sqrt{x} \quad \mathbf{4}$$

$$I = \mathbb{R} \text{ و } \begin{cases} f(x) = 1 + x^2 & ; x < 1 \\ f(x) = \frac{2}{x} & ; x \geq 1 \end{cases} \quad \mathbf{5}$$

$$I = \left[\frac{1}{2}, +\infty \right[\text{ و } f(x) = \sqrt{2x-1} \quad \mathbf{6}$$

$$I =]1, +\infty[\text{ و } f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{x-1}} \quad \mathbf{7}$$

$$I = \mathbb{R} \text{ و } f(x) = \cos(4x^2 + 3x - 1) \quad \mathbf{8}$$

$$I = \mathbb{R} \text{ و } f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \quad \mathbf{9}$$

التمرين 05

حدد صورة المجال I بالدالة f في الحالات التالية :

$$I = [-1, 4] \text{ و } f(x) = 7x - 2 \quad \mathbf{1}$$

$$I =]-\infty, -2[\text{ و } f(x) = -2x^2 + 5x - 4 \quad \mathbf{2}$$

$$I =]4, 5] \text{ و } f(x) = \frac{2x-3}{4-x} \quad \mathbf{3}$$

$$I = [-2, 4] \text{ و } \begin{cases} f(x) = 2x - 3 & ; x < 2 \\ f(x) = x^2 - 3 & ; x \geq 2 \end{cases} \quad \mathbf{4}$$

التمرين 06

بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلا في المجال I في كل حالة من الحالات التالية :

$$I = [0, 1] \text{ و } f(x) = 7x^3 - x - 1 \quad \mathbf{1}$$

التمرين 01

أدرس اتصال الدالة f في x_0 في كل حالة :

$$x_0 = 0 \text{ و } \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & ; x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \mathbf{1}$$

$$x_0 = 2 \text{ و } \begin{cases} f(x) = x + 3 & ; x \geq 2 \\ f(x) = (x-4)^2 + 1 & ; x < 2 \end{cases} \quad \mathbf{2}$$

$$x_0 = 1 \text{ و } \begin{cases} f(x) = x - x^2 & ; x < 1 \\ f(x) = x - 1 - \sqrt{x^2 + 1} + 1 & ; x \geq 1 \end{cases} \quad \mathbf{3}$$

$$x_0 = 0 \text{ و } \begin{cases} f(x) = \frac{x^3 + x}{|x|} & ; x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad \mathbf{4}$$

$$x_0 = \frac{4}{3} \text{ و } \begin{cases} f(x) = \frac{2x-1}{3x-4} & ; x > \frac{4}{3} \\ f(x) = 2x + 7 & ; x \leq \frac{4}{3} \end{cases} \quad \mathbf{5}$$

التمرين 02

نعتبر الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بمالي :

$$\begin{cases} f(x) = x^3 - x + 1 & ; x \in]-\infty; -1] \\ f(x) = \frac{2}{x^2 + 1} & ; x \in]-1; +\infty[\end{cases}$$

1 بين أن الدالة f متصلة في النقطة -1

2 بين أن الدالة f متصلة على \mathbb{R}

التمرين 03

لتكن g الدالة المعرفة ب : $g(x) = x - E(x)$

1 أكتب g بدلالة x في الحالات التالية : $x \in]-1, 0[$ ، $x \in [1, 2[$ و $x \in [0, 1[$

2 ادرس اتصال الدالة g في النقطتين 0 و 1

ج. بين أن المعادلة $g(x) = \sqrt{x} - \frac{2}{3}$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left] \frac{1}{9}, \frac{1}{4} \right[$

التمرين 10

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمبايلي : $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}$

1 حدد D_f واحسب نهايات f عند محددات D_f

2 اعط جدول تغيرات الدالة f

3 لتكن g قصور الدالة f على المجال $I = [2, +\infty[$

ا. بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال I يتم تحديده

ب. حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من I

التمرين 11

حل في \mathbb{R} المعادلات والمتراجحات التالية :

1 $x^6 - 3x^3 - 4 = 0$

2 $\sqrt[3]{1 - \sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}$

3 $\sqrt[3]{x} - \sqrt{x} = 0$

4 $\left(\frac{1 - \sqrt[3]{x}}{3 - \sqrt[3]{x}} \right)^3 = 64$

5 $x + 2 > \sqrt[3]{x^2 + 8}$

6 $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 5x - 6} > x - 2$

7 $\frac{(x^3 - 1)(x^3 + 8)}{x^3 - 3\sqrt{3}} > 0$

التمرين 11

أحسب النهايات التالية :

5 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x} - 1}{\sin(x)}$

6 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}$

7 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$

8 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[6]{x^2 - x}}{\sqrt[3]{x+1}}$

1 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-1} - 1}{x-2}$

2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^2 - x} + x$

3 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2 - x} - x$

4 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$

2 $I = \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$ و $f(x) = \cos(x) - x$

3 $I =]-1, 0[$ و $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$

4 $I = [-2, 2]$ و $f(x) = x^4 + x^3 - 9$

التمرين 07

لتكن f دالة متصلة على $[-2, +\infty[$ و جدول تغيراتها هو كالتالي :

x	-2	1	2	$+\infty$
$f(x)$	1		3	1

1 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين في المجال $[-2, +\infty[$

2 كم عدد حلول المعادلة $f(x) = 2$ في المجال $[-2, +\infty[$ ؟
علل جوابك

التمرين 08

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمبايلي : $f(x) = 2x + 1 + \sqrt{x+1}$

1 حدد D_f واحسب نهايات f عند محددات D_f

2 اعط جدول تغيرات الدالة f

3 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في $[-1, +\infty[$

4 باستعمال طريقة التفرع الثنائي اعط تأطيرا للعدد α سعته 5×10^{-1}

التمرين 09

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمبايلي : $f(x) = x - \sqrt{x}$

1 حدد D_f وبين أن f متصلة على D_f

2 لتكن g قصور الدالة f على المجال $I = \left[0, \frac{1}{4} \right]$

ا. بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال I يتم تحديده

ب. حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من I