

سلسلة الدعم 2

(ب) تحقق من أن $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$ لكل n من \mathbb{N}

ثم بين أن المتتالية (u_n) تناقصية

(ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

(2) لتكن (v_n) المتتالية بحيث $v_n = u_n - 1$ لكل n من \mathbb{N}

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{16}$ وأكتب v_n بدلالة n

(ب) بين أن $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N}

ثم حدد نهاية المتتالية (u_n)

تمرين 4: (الدورة الاستدراكية 2017)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$u_0 = 17 \text{ و } u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

(1) أ- بين بالترجع أن $u_n > 16$ لكل n من \mathbb{N}

(ب) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية واستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

(2) لتكن (v_n) المتتالية بحيث $v_n = u_n - 16$ لكل n من \mathbb{N}
أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية

(ب) بين أن $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N}

ثم حدد نهاية المتتالية (u_n)

(ج) حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n < 16,0001$

تمرين 5 (الدورة العادية 2020)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$u_0 = \frac{3}{2} \text{ و } u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 5} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

(1) احسب u_1

(2) بين بالترجع أن $u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N}

(3) أ- بين أن $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$ لكل n من \mathbb{N} ، ثم استنتج أن

$$0 < u_n \leq \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

ب- احسب النهاية $\lim u_n$

تمرين 1: (الدورة الاستدراكية 2014)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي:

$$u_1 = 5 \text{ و } u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{1 + u_n} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}^*$$

(1) بين بالترجع أن $u_n > 2$ لكل n من \mathbb{N}^*

(2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي:

$$v_n = \frac{3}{u_n - 2} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}^*$$

أ- بين أن $v_{n+1} = \frac{1+u_n}{u_n-2}$ لكل n من \mathbb{N}^* ثم بين أن المتتالية

$(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ حسابية أساسها 1

(ب) اكتب v_n بدلالة n واستنتج أن $u_n = 2 + \frac{3}{n}$ لكل n من \mathbb{N}^*

(ج) حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 2 (الدورة العادية 2016)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$u_0 = 2 \text{ و } u_{n+1} = \frac{3+u_n}{5-u_n} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

(1) تحقق من أن $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n - 3)}{2 + (3 - u_n)}$ لكل n من \mathbb{N}

ثم بين بالترجع أن $u_n < 3$ لكل n من \mathbb{N}

(2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

(أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم استنتج أن

$$v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

(ب) بين أن $u_n = \frac{1+3v_n}{1+v_n}$ لكل n من \mathbb{N} ثم اكتب u_n بدلالة n

(ج) حدد نهاية المتتالية (u_n)

تمرين 3: (الدورة الاستدراكية 2016)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$u_0 = 2 \text{ و } u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

(1) أ- بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من \mathbb{N}

(4) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$v_n = \frac{4u_n}{2u_n + 3} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$

ب- حدد v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n لكل n من \mathbb{N}

تمرين 6 (الدورة الاستعدادية 2020)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$u_0 = 1 \text{ و } u_{n+1} = \frac{3u_n - 8}{2u_n - 5} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

(1) بين أن $u_n < 2$ لكل n من \mathbb{N}

(2) نضع $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$ لكل n من \mathbb{N}

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها 2

ب- اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

ج- احسب نهاية المتتالية (u_n)

تمرين 7 (الدورة العادية 2021)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$u_0 = \frac{1}{2} \text{ و } u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

(1) احسب u_1

(2) بين بالترجع أن $0 < u_n \leq \frac{1}{2}$ لكل n من \mathbb{N}

(3) أ- بين أن $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2}$ لكل n من \mathbb{N}

ب- استنتج رتبة المتتالية (u_n)

(4) أ- بين أن لكل n من \mathbb{N} , $0 < u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ثم احسب نهاية

المتتالية (u_n)

ب- نضع $v_n = \ln(3 - 2u_n)$ لكل n من \mathbb{N} احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

(5) أ- تحقق من أن لكل n من \mathbb{N} , $\frac{1}{u_{n+1}} - 1 = 3\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$

ب- استنتج u_n بدلالة n