فرض رقم 3

التمرين الأول

الفضاء (ξ) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر المستقيم (D) المحدد بالمعادلتين $\begin{cases}\frac{x}{3}=-\frac{z}{4}\\ y=0\end{cases}$

و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega\left(2,0,\frac{3}{2}\right)$ و مماسة للمستقيم (D)

1) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) و بين ان $d\left(\Omega,(D)\right)=\frac{5}{2}$

2) بين أن معادلة الفلكة (S) تكتب $x^2+y^2+z^2-4x-3z=0$

3) نعتبر المستوى (P) ذي المعادلة $2x-2y+z-1=0$

أ) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P)

ب) بين أن $d\left(\Omega,(P)\right)=\frac{3}{2}$

ج) استنتج أن (P) يقطع الفلكة (S) في دائرة (C) محددا عناصرها المميزة

التمرين الثاني

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء مرقمة 1 , 2 , 2 و كرتين سوداوين مرقمتين 1 , 3 و كرتين خضراوين مرقمتين 0 , 2 .

نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق

1) نعتبر الحدثين A "سحب كرتين تحملان نفس الرقم"

B "سحب كرتين من لونين مختلفين"

أحسب احتمال الحدث B و بين أن احتمال A هو $p(A)=\frac{4}{21}$

2) نعتبر الحدث :

E "سحب كرتين من لونين مختلفين علما أنهما تحملان نفس الرقم"

بين أن احتمال الحدث E هو $p(E)=\frac{3}{4}$

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل امكانية بعدد الكرات المسحوبة و التي تحمل الرقم 2

أ) ما هي قيم المتغير X ثم حدد قانون احتمال X

ب) احسب الامل الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث

الجزء (1) نضع $g(x)=x^2+6-4\ln x$

1) أحسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$ و بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

2) بين أن $g'(x)=\frac{2(x^2-2)}{x}$ و ضع جدول تغيرات الدالة g

3) استنتج أن $g(x)>0$ $(\forall x>0)$

الجزء (2) لتكن f الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\frac{x}{4}-\frac{1}{2x}+\frac{\ln x}{x}$

1) أحسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$

2) أ- بين أن المستقيم (Δ) $y=\frac{1}{4}x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المقارب (Δ)

3) بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{4x^2}$ $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{+*}\right)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى (C_f)

5) أ) بين أن الدالة $H(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2$ هي دالة أصلية للدالة $h(x)=\frac{\ln x}{x}$

ب) استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) و المقارب (Δ) و المستقيمين $x=\sqrt{e}$ و $x=e$ (نأخذ $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=2\,cm$)