

$$\arctan \theta \quad \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \sum_{i=1}^n X_i \quad \overline{AB} \quad \cos^{-1} \theta \quad e^{i\theta} \quad C_n^p \quad \sqrt{a^2 + b^2} \quad \int_b^a f(x) dx \quad \sqrt{x}$$

1

نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة بمايلي : $u_0 = 3$ و $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 2}$

1- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 2$

2- بين أن $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n + 1)(2 - u_n)}{u_n + 2}$ ثم استنتج رتبة $(u_n)_n$

3- استنتج أن المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة

4- نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$

ا - بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية محددًا أساسها وحدها الأول.

ب - أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n = \frac{2 + \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}$

ج- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

2

نعتبر الدالة f المعرفة بمايلي : $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x}}{x - 1}$

1- D_f ثم أحسب النهايات التالية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

2- ا- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في العدد $x_0 = -1$ على اليسار وفي العدد

$x_0 = 0$ على اليمين

ب- أعط تأويلا هندسيا النتيجة المحصل عليها .

3- ا- بين أن : $f'(x) = \frac{-3x - 1}{2(x - 1)^2 \sqrt{x^2 + x}}$ لكل x من $D_f \setminus \{0; -1\}$

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f

ج- استنتج إشارة f على كل من المجالات التالية :

$]-\infty; -1[$ و $]0; 1[$ و $]1; +\infty[$

4- لتكن g قصور الدالة f على المجال $]1; +\infty[$.

ا- بين أن g تقبل دالة عكسية محددًا مجموعة تعريفها .

ب- بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق في العدد $2\sqrt{2}$ ثم أحسب $(g^{-1})'(2\sqrt{2})$

لاحظ أن $(g(2) = 2\sqrt{2})$