الثانية بكالوريا	فرض رقم 2

التمرين الأول :

1) أحسب النهايتين :

$$\lim_{x\to+\infty} x^2\left(e^{\frac{1}{x}}-e^{\frac{1}{x+1}}\right) \quad \text{و} \quad \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\ln\left(\frac{x+1-2\sqrt{x+1}}{x-3}\right)$$

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_0^{\pi} e^{x}\sin x\,dx=\frac{e^{\pi}+1}{2}$

التمرين الثاني :

الفضاء (ξ) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2,-2,-1)$ و $B(0,0,3)$ و $C(0,0,-1)$

1) بين أن النقط A ; B ; C غير مستقيمية

2) أعط معادلة للمستوى (P_1) واسط القطعة $[AC]$

3) لتكن (C) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و الفلكة (S) المماسة للمستوى (P) $x+z+1=0$ و التي تقطع المستوى (ABC) في الدائرة (C)

أ) حدد المركز Ω' الشعاع R' للدائرة (C)

ب) حدد العناصر المميزة للفلكة (S)

4) أعط معادلة ديكارتية للمستقيم المماس للدائرة (C) في النقطة A

التمرين الثاني :

1) أحسب مشتقة الدالة $h(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+2}\right)$

و بين أن $I=\int_0^2\frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}=\ln\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$

2) نضع $J=\int_0^2\sqrt{x^2+2}\,dx$ و $K=\int_0^2\frac{x^2\,dx}{\sqrt{x^2+2}}$

أ) بين أن $2I=J-K$

ب) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين ان $J+K=2\sqrt{6}$

3) استنتج قيمة كل من I و J

التمرين الرابع :

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x}{2}+\frac{x}{e^{x}-1} & ; \quad x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

1) أدرس زوجية الدالة f

2) أ) أدرس اتصال الدالة f على يمين النقطة $a=0$

ب) علما أن $(\forall x>0)\quad \frac{x^2}{2}\leq e^{x}-x-1\leq\frac{x^2}{2}e^{x}$

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة $a=0$

3) أ) أحسب النهاية $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أدرس الفرع الانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

3) أ) بين ان $(\forall x\in\mathbb{R}^*)\quad f'(x)=\frac{e^{2x}-2xe^{x}-1}{2\left(e^{x}-1\right)^2}$

ب) بين ان $(\forall x\in\mathbb{R})\quad e^{x}-x-1\geq 0$

ج) بين أن الدالة تزايدية على $]0,+\infty[$

4) انجز جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

5) أرسم المنحنى (C)