

$$\arctan \theta \quad \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \sum_{i=1}^n X_i \quad \overline{AB} \cos^{-1} \theta \quad e^{i\theta} \quad C_n^p \quad \sqrt{a^2 + b^2} \quad \int_b^a f(x) dx \quad \sqrt{x}$$

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بمايلي : $g(x) = (\ln x)^2 - \ln x + 1$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

2- ا- احسب $g'(x) = \frac{2 \ln x - 1}{x}$ ($\forall x \in]0; +\infty[$) ثم اعط جدول تغيرات الدالة g

ب- استنتج أن : $(\forall x \in]0; +\infty[) (g(x) > 0)$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بمايلي : $f(x) = x - \frac{(\ln x)^2 + \ln x}{x}$

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ثم أعط تأويلها هندسيا .

2- ا- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$)

ب- استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ج- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة الديكارتية $y = x$ مقارب مائل لمنحنى

الدالة f بجوار $+\infty$.

3- ا- أدرس إشارة التعبير $(\ln x)^2 + \ln x$ على $]0; +\infty[$

ب- استنتج الوضع النسبي لمنحنى f و المستقيم (Δ)

4- ا- بين أن : $(\forall x \in]0; +\infty[) f'(x) = \frac{x^2 + g(x)}{x^2}$

ب- استنتج جدول تغيرات الدالة f .

5- حدد معادلة المماس لمنحنى الدالة f عند النقطة $A(1; f(1))$

6- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α ينتمي إلى المجال $\left] e^{-1}; \frac{1}{2} \right[$

7- أنشئ المنحنى (C_f)

8- حدد دالة أصلية لكل من الدالتين $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ و $x \mapsto \frac{(\ln x)^2}{x}$

9- استنتج الدالة الأصلية للدالة f بحيث : $F(1) = 2$

10- ا- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J المطلوب تحديده .

ب- بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق في العدد e^{-1} ثم أحسب $(f^{-1})'(e^{-1})$

الجزء الثالث :

$$\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (u_n)_n \text{ بحيث :}$$

1- بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 1$

2- ادرس رتبة المتتالية $(u_n)_n$