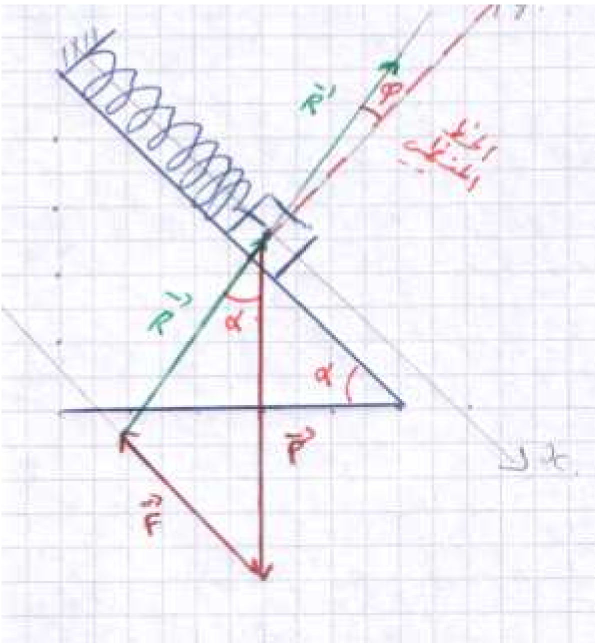
تصحيح تمارين : توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية

تمرين 1

1 ــ جرد القوى المطبقة على S
$\vec{P}$ و $\vec{R}$ و $\vec{F}$.
2 ــ نستعمل الطريقة المبيانية
ــ نحدد مميزات القوى

المميزات / القوى	$\vec{P}$	$\vec{F}$	$\vec{R}$
الأصل	G	A	
الاتجاه	الخط الرأسي	المحور x'x	
المنحى	نحو مركز الأرض	من x نحو 'x	
الشدة	P=m.g=5N	F=3N	

نختار كسلم لتمثيل القوى $1N \leftrightarrow 1cm$
بما أن الجسم في حالة توازن نطبق شرطي التوازن :
الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق $\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=\vec{0}$
وخطوط التأثير مستوائية ومتلاقية
من خلال التمثيل المبياني نستنتج أن $R \approx 3,6\,N$



3 ــ وبما أن $\vec{R}$ غير عمودية على المستوى المائل ، إذن هناك احتكاكات بين السطح المائل والجسم S .
4 ــ الطريقة المبيانية
نسقط العلاقة المتجهية على المحورين x'Gx و y'Gy
فنحصل على المعادلتين التاليتين :

$$P\sin\alpha - F - R\sin\varphi_0 = 0$$

$$-P\cos\alpha + R\cos\varphi_0 = 0$$

من المعادلتين نستنتج أن

$$R\sin\varphi_0 = -F + P\sin\alpha$$

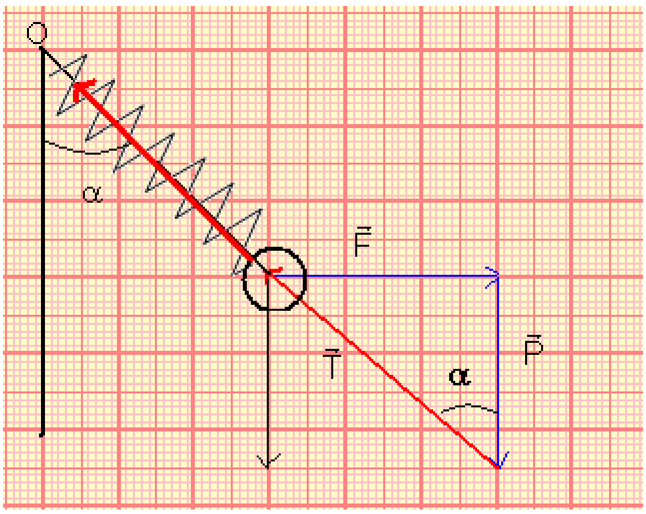
$$R\cos\varphi_0 = P\cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow \tan\varphi_0 = \frac{-F+P\sin\alpha}{P\cos\alpha}$$

تطبيق عددي $\tan\varphi_0 = 0,15$ إذن $\varphi_0 = 8,53°$

تمرين 2

1 ــ جرد القوى المطبقة على الكرة :
$\vec{P}, \vec{T}, \vec{F}$
الكرة في توازن تحت تأثير ثلاث قوى نطبق شرطي التوازن $\vec{P}+\vec{T}+\vec{F}=\vec{0}$
وخطوط التأثير متلاقية ومستوائية
فحسب الخط المضلعي وهو عبارة عن مثلث قائم الزاوية
نطبق علاقة فيثاغورس $T=\sqrt{F^2+P^2}$ تطبيق عددي :
$T = 7,81N$



2 ــ الطول الأصلي للنابض :
نعلم أن شدة القوة المطبقة من طرف النابض

$$T = K\Delta\ell = K(\ell - \ell_0)$$

$$T = K\ell - K\ell_0 \Rightarrow K\ell_0 = K\ell - T$$

$$\ell_0 = \ell - \frac{T}{K}$$

تطبيق عددي : K=100N/m إذن

$\ell_0 = 0,15 - 0,078 = 0,072m$ **(هناك خطأ في المعطيات نأخذ K=100N/m عوض K=50N/m)**

3 ـ حساب الزاوية α

نحسب tanα

$$tan\,\alpha = \frac{F}{P} = 1,2$$

$$\alpha = 50,2°$$

تمرين 3

1 ـ جرد القوى المطبقة على S

$$\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}$$

2 ـ استعمال الطريقة التحليلية : نختار معلم متعامد وممنظم مرنبط بمركز الجسم S

ونسقط فيه العلاقة المتجهية $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ ملاحظة بما أن هناك احتكاكات فإن $\vec{R}$ غير عمودية على السطح وتكون زاوية φ مع الخط المنظمي .

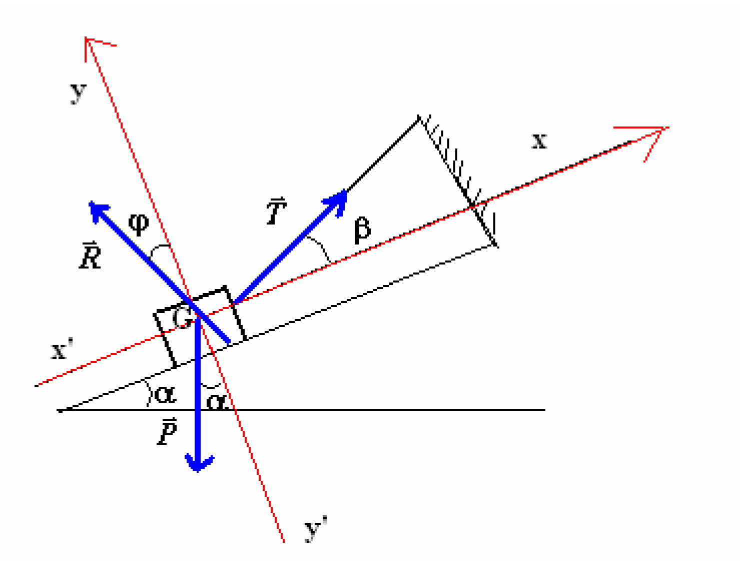
على x'Gx :

$$-P\sin\alpha + T\cos\beta - R\sin\varphi = 0$$

على y'Gy

$$-P\cos\alpha + T\sin\beta + R\cos\varphi = 0$$

من العلاقتين نستنتج أن



$$k = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{P\sin\alpha - T\cos\beta}{P\cos\alpha - T\sin\beta}$$

$$k(P\cos\alpha - T\sin\beta) = P\sin\alpha - T\cos\beta$$

$$T(\cos\beta - k\sin\beta) = P\sin\alpha - kP\cos\alpha$$

$$T = P\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta}$$

نستنتج تعبير شدة القوة $\vec{R}$

نعلم أن $R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}}$ بحيث أن

$$R_x = R\sin\alpha = -P\sin\alpha + T\cos\beta$$

و $R_y = R\cos\varphi = P\cos\alpha - T\sin\beta$

نعوض T في المعادلتين فنحصل على :

$R_x = P\left[\cos\beta\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta} - \sin\alpha\right]$ و

$$R_y = P\left[\cos\alpha - \sin\beta\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta}\right]$$

إذن $R = P\sqrt{\left[\cos\beta\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta} - \sin\alpha\right]^2 + \left[\cos\alpha - \sin\beta\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{k\sin\beta - \cos\beta}\right]^2}$

3 ـ حساب R و T في الحالات التالية :

$\beta = 0°$ عندنا $\cos\beta = 1$ و $\sin\beta = 0$

ولدينا $\alpha = 30°$ أي أن $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ و k=0,5 (يصحح هذا الخطأ في المعطيات)

$T = 0,2N$ و $R = 3N$

$\beta = \alpha = 30°$ بنفس العمليات الحسابية نحسب T و R

تمرين 4

1 ـ باستعمال الطريقة المبيانية نحسب شدة التوترات T_A و T_B و T_C .

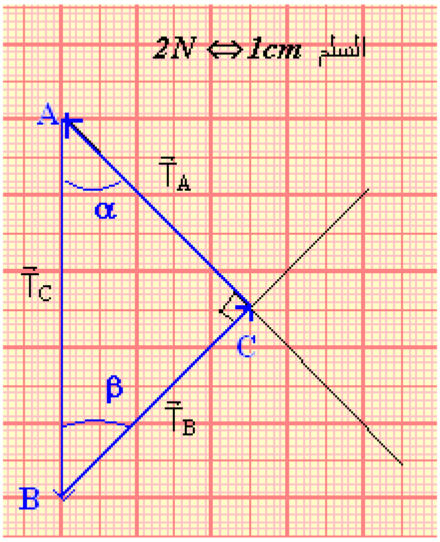
جرد القوى المطبقة في النقطة O

الجسم S في حالة توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}$ و $\vec{T}_C$ حسب شرطي التوازن

$T_C=P=m.g=10N$

بما أن النتقطة O في توازن تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية فإن :

$\vec{T}_A+\vec{T}_B+\vec{T}_C=\vec{0}$ أي أن الخط المضلعي لهذه القوى مغلق .



وحسب الشكل فإن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في C

$$T_C=T_A\sqrt{2} \Rightarrow T_A=\frac{T_C}{\sqrt{2}}=7\,N$$

كذلك $T_B=7\,N$

2 ـ استعمال الطريقة التحليلية

نسقط العلاقة المتجهية على المحورين x'Ox و y'Oy

على x'Ox :

$$-T_A\cos\beta+T_B\cos\alpha=0$$

على y'Oy

$$T_A\sin\beta+T_B\sin\alpha-T_C=0$$

بما أن $\alpha=\beta=45°$ فإن $\cos\alpha=\cos\beta$ و

$\sin\alpha=\sin\beta$

أي حسب العلاقة (1) $T_A=T_B$

وحسب العلاقة (2)

$$T_A\sqrt{2}=T_C \Rightarrow T_A=\frac{T_C}{\sqrt{2}}=7\,N=T_B$$