

تصحيح تمارين التجاذب الكوني

تمرين 1:

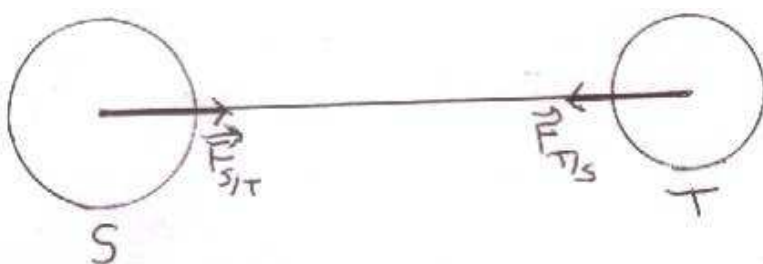
- 1- حساب شدة قوة التجاذب :
يعبر عن شدة قوة التجاذب بين الأرض والشمس بالعلاقة :

$$F_{T/S} = F_{S/T} = F = G \frac{M_T M_S}{d^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,95 \cdot 10^{24} \times 1,99 \cdot 10^{30}}{(1,5 \cdot 10^{11})^2} = 3,51 \cdot 10^{22} N$$

- للمتجهتين : $F_{S/T}$ و $F_{T/S}$ نفس الاتجاه ونفس الشدة ومنحيان متعاكسان للتمثيل نختار السلم :
1cm $\rightarrow 2 \cdot 10^{22} N$

$$L = \frac{3,51 \cdot 10^{22}}{2 \cdot 10^{22}} = 1,75 \text{ cm} \quad \text{نمثل المتجهتين بسهم طوله} \quad L \rightarrow 3,51 \cdot 10^{22} N$$



- 2- حساب شدة القوة التي تطبقها الشمس على الشخص الموجود على سطح الأرض :

$$F_{S/C} = G \frac{M_S \cdot m}{(d - R_T)^2}$$

$$F_{S/C} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{1,99 \cdot 10^{30} \times 70}{(1,5 \cdot 10^{11} - 6400 \cdot 10^3)^2} = 0,41 N$$

- حساب شدة القوة التي تطبقها الأرض على الشخص الموجود على سطحها :

$$F_{T/C} = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F_{T/C} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,95 \cdot 10^{24} \times 70}{(6400 \cdot 10^3)^2} = 678,23 N$$

- 3- نهمل تأثير الشمس على شخص يوجد على سطح الأرض أمام تأثير الأرض على الشخص .

تمرين 2:

- 1- حساب شدة القوة المطبقة على الجسم S من طرف المريخ :

$$m = \frac{P_0}{g_0} \quad \text{أي} \quad P_0 = mg_0 \quad \text{لدينا وزن الجسم على سطح الأرض}$$

كما أن قانون التجاذب الكوني بين المريخ والجسم S يكتب :

$$F_M = G \frac{M_M \cdot m}{R_M^2} = G \frac{P_0 M_M}{g_0 R_M^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{500 \times 6,6 \cdot 10^{23}}{9,8 \times (3400 \cdot 10^3)^2} = 194 N$$

- 2- استنتاج شدة الثقالة على سطح المريخ :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_M = mg_M \\ P_0 = m g_0 \Rightarrow \frac{g_M}{g_0} = \frac{P_M}{P_0} \Rightarrow g_M = \frac{P_M}{P_0} g_0 = \frac{194}{500} \times 9,8 = 3,8 \text{ N.kg}^{-1} \end{array} \right.$$

تمرين 3:

1- اثبات التعبير : $g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$

نعلم أن شدة قوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض على جسم تساوي وزنه نكتب :

$$(1) \quad \begin{cases} P_0 = mg_0 \\ F_0 = G \frac{Mm}{R^2} \end{cases} \Rightarrow P_0 = F_0 \Rightarrow mg_0 = G \frac{Mm}{R^2} \Rightarrow g_0 = G \frac{M}{R^2}$$

عند الارتفاع h :

$$(2) \quad \begin{cases} P = mg \\ F = G \frac{Mm}{(R+h)^2} \end{cases} \Rightarrow P = F \Rightarrow mg = G \frac{Mm}{(R+h)^2} \Rightarrow g = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

من العلاقتين (1) و (2) نستنتج :

$$\begin{cases} GM = g_0 R^2 \\ GM = g(R+h)^2 \end{cases} \Rightarrow g(R+h)^2 = g_0 R^2 \Rightarrow g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

2- حساب g عند $h = 10^3 \text{ km}$:

$$g = 9,8 \times \frac{(6400 \cdot 10^3)^2}{(6400 \cdot 10^3 + 10^6)^2} = 7,33 \text{ N.kg}^{-1}$$

3- 1-3 حساب كتلة الجسم :

$$\text{لدينا : } P_0 = mg_0 \text{ أي } m = \frac{P_0}{g_0} = \frac{500}{9,8} = 51 \text{ kg}$$

2-3 حساب الوزن عند الارتفاع h :

$$\text{لدينا : } P = mg \text{ أي } P = 51 \times 7,33 = 372,3 \text{ N}$$

4- اثبات التعبير $P = \frac{P_0}{9}$ عندما يكون $h = 2R$

$$P = mg = mg_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

نعلم أن : $P_0 = mg_0$ و $h = 2R$ تكتب العلاقة السابقة :

$$P = P_0 \frac{R^2}{(R+2R)^2} = P_0 \frac{R^2}{(3R)^2} = P_0 \frac{R^2}{9R^2}$$

$$P = \frac{P_0}{9}$$

5- نبحث عن h علما أن : $g = \frac{g_0}{2}$

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{g_0}{2}$$

$$\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{R}{R+h} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$R\sqrt{2} = R+h$$

$$h = R\sqrt{2} - R$$

$$h = R(\sqrt{2} - 1)$$

$$h = 6,4 \cdot 10^3 (\sqrt{2} - 1) = 2,65 \cdot 10^3 \text{ km}$$

تمرين 4:

1- 1-1 نص القانون :

تتجاذب الاجسام بسبب كتلتها فيطبق بعضها على بعض قوى تجاذبية .
لقوتي التجاذب بين جسمين (A) و (B) كتلتاهما m_A و m_B تفصلهما المسافة d :
نكتب : $F_{A/B} = F_{B/A} = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{d^2}$

1-2- للقوتين $F_{A/B}$ و $F_{B/A}$:

- نفس الاتجاه .
- منحيان متعاكسان .
- ونفس الشدة .

نذكر أن المسافة d تفصل بين الجسمين النقطيان وإذا كان الجسمان كرويين ، فإن المسافة d تفصل بين مركزي الكرتين .

2-1-2- تعبير شدة الثقالة على سطح الأرض :
شدة قوة التجاذب بين جسم كتلته m يوجد على سطح الأرض والأرض :

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{R_T^2}$$

تعبير وزن الجسم على سطح الأرض :

$$P_0 = mg_0$$

بما أن شدة القوتين F و P_0 متساويتان نكتب :

$$F = P_0$$

$$mg_0 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \quad (1)$$

2-2- تعبير شدة الثقالة عند الارتفاع h :

$$\left\{ \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \\ P = mg \end{array} \right. \Rightarrow mg = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \Rightarrow g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad (2)$$

لدينا من العلاقة (1) $GM = g_0 \cdot R_T^2$ نعوض في العلاقة (2) نحصل على :

$$g = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

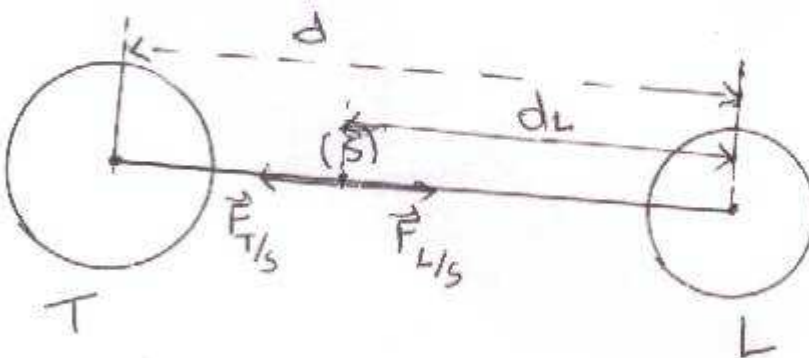
2-3- وزن الجسم عند الارتفاع $h = 6400 \text{ km}$:

نلاحظ أن : $R_T = h$ ونعلم أن : $P = mg$

$$P = mg = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \cdot m = mg_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

$$P = P_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = P_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T^2 + R_T^2)^2} = P_0 \cdot \frac{R_T^2}{4R_T^2} = \frac{P_0}{4} = \frac{800}{4} = 200 \text{ N}$$

3- عندما تكون شدة القوة $F_{L/S}$ التي يطبقها القمر على القمر الاصطناعي تساوي القوة $F_{S/T}$ التي تطبقها الأرض على القمر فان
القوتان تتوازنان كل منهما تبطل مفعول الأخرى .



المسافة بين مركزي الأرض والقمر d
المسافة بين مركز الأرض والقمر الاصطناعي هي : $d - d_L$

المسافة الفاصلة بين مركز القمر والقمر الاصطناعي : d_L
 شدة قوة التجاذب بين الأرض والقمر الاصطناعي :

$$F_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(d - d_L)^2}$$

شدة قوة التجاذب بين القمر والقمر الاصطناعي :

$$F_{L/S} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d_L^2}$$

للقوتين نفس الشدة نفس الاتجاه ومنحيتين متعاكسان :

$$F_{T/S} = F_{L/S}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(d - d_L)^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d_L^2}$$

$$\frac{M_T}{(d - d_L)^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{81M_L}{(d - d_L)^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{9^2}{(d - d_L)^2} = \frac{1}{d_L^2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{9}{d - d_L}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{d_L^2}}$$

$$\frac{9}{d - d_L} = \frac{1}{d_L}$$

$$9d_L = d - d_L$$

$$9d_L - d_L = d$$

$$8d_L = d$$

$$d_L = \frac{d}{8} = \frac{38.10^4}{8} = 4,75.10^4 \text{ km}$$

تمرين 5:

1- تعبير شدة التجاذب الكوني التي يطبقها الكوكب على الجسم :

$$F = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

2- تعبير شدة وزن الجسم :

$$P_0 = mg_0$$

3- استنتاج تعبير شدة الثقالة على سطح الكوكب :

لدينا $P_0 = F$ أي :

$$mg_0 = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

$$g_0 = G \frac{M}{R^2}$$

4- حساب شدة الثقالة :

أ- على سطح الأرض :

$$g_{0T} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6,67.10^{-11} \times \frac{6.10^{24}}{(6400.10^3)^2} = 9,77 \text{ N.kg}^{-1}$$

ب- على سطح المشتري :

$$g_{0J} = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} = 6,67.10^{-11} \times \frac{1,9.10^{27}}{(7,15.10^7)^2} = 24,79 \text{ N.kg}^{-1}$$

5- لمقارنة وزن الجسم على سطح الأرض بوزنه على سطح المشتري ، نحسب النسبة $\frac{P_{0J}}{P_{0T}}$ مع :

$$\begin{cases} P_{0J} = mg_{0J} \\ P_{0T} = mg_{0T} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{0J}}{P_{0T}} = \frac{g_{0J}}{g_{0T}} = \frac{24,79}{9,77} = 2,54$$

وزن الجسم على سطح المشتري يفوق مرتين ونصف وزنه على سطح الأرض .

تمرين 6:

- 1- تعبير وزن الجسم عند الارتفاع h :
نعلم أن : $P=mg$ مع
 $m=70\text{kg}$ كتلة الجسم .

و g شدة الثقالة عند الارتفاع h و تعبيرها هو : $g = g_0 - 3,08.10^{-6}h$ حيث $h=10.10^3\text{m}$

$$P=70X(9,81- 3,08.10^{-6}X10.10^3) = 684,5N \quad P=m(g_0-3,08.10^{-6}h) \text{ ت.ع.}$$

- 2- حساب h الموافقة ل $g=9,66\text{N.kg}^{-1}$
حسب العلاقة : $g=g_0-3,08.10^{-6}h$
 $3,08.10^{-6}h = g_0 - g$

$$h = \frac{g_0 - g}{3,08.10^{-6}}$$

$$h = \frac{9,81-9,66}{3,08.10^{-6}} = 48701\text{m} = 48,7\text{km}$$

تمرين 7:

- 1-1- تعبير شدة الثقالة g :

$$g = g_0 \cdot \frac{R_L^2}{(R_L + h_L)^2}$$

- 2-1- استنتاج قيمة الارتفاع h_L :

$$\text{لدينا : } \frac{g}{g_0} = 0,25 = \frac{1}{4} \quad \text{أي : } g_0 = 4g$$

$$g_0 = 4 \cdot g_0 \cdot \frac{R_L^2}{(R_L + h_L)^2}$$

$$1 = 4 \cdot \frac{R_L^2}{(R_L + h_L)^2}$$

$$(R_L + h_L)^2 = 4 \cdot R_L^2$$

$$\sqrt{(R_L + h_L)^2} = \sqrt{4R_L^2}$$

$$R_L + h_L = 2R_L$$

$$h_L = 2R_L - R_L = R_L = 1738\text{km}$$

- 3-1- حساب شدة القوة المطبقة من طرف القمر على الجسم (C) .

$$F = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(R_L + h_L)^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(2R_L)^2}$$

$$F = 6,67.10^{-11} \times \frac{7,3.10^{22} \times 600}{(2 \times 1738.10^3)^2} = 242N$$

- 2- 1-2- تعبير المسافة المتوسطة بين بين مركزي الأرض والقمر :

$$F_{L/C} = G \cdot \frac{m \cdot M_L}{d_L^2} \quad \text{تعبير شدة القوة } F_{L/C} \text{ التي يطبقها القمر على الجسم (C) :}$$

حيث d_L المسافة بين مركز القمر والجسم C أي : $d_L = R_L + h'_L$

$$F_{T/C} = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(d - d_L)^2} \quad \text{تعبير شدة القوة } F_{T/C} \text{ التي تطبقها الأرض على الجسم C :}$$

حيث $d - d_L$ - المسافة بين مركز الأرض والجسم C .

d المسافة بين مركزي الأرض والقمر .

$$F_{T/C} = F_{L/C} \quad \text{للقوتين نفس الشدة :}$$

$$G \cdot \frac{m.M_T}{(d-d_L)^2} = G \cdot \frac{m.M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{M_T}{(d-d_L)^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{M_T}{M_L} = \left(\frac{d-d_L}{d_L}\right)^2$$

$$\frac{d-d_L}{d_L} = \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$$

$$d-d_L = d_L \cdot \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$$

$$d = d_L + d_L \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$$

$$d = d_L \left(1 + \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}\right)$$

نعوض d_L بتعبيرها : $d_L = R_L + h'_L$ نحصل على :

$$d = (R_L + h'_L) \left(1 + \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}\right)$$

2-2- حساب d :

$$d = (1738 + 36415) \times \left(\sqrt{\frac{6 \cdot 10^{24}}{7,3 \cdot 10^{22}}} + 1\right)$$

$$d = 38,4 \cdot 10^4 \text{ km}$$